

به نام خدا
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی



آزمون میانترم درس ریاضی عمومی ۱ (نیمسال تحصیلی ۱۴۰۳۲)

مدت امتحان: ۳ ساعت

۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

• استفاده از ماشین حساب و رایانه و تلفن همراه به هیچ وجه مجاز نیست.

۱. مطلوبست نمایش قطبی $(z = r(\cos \theta + i \sin \theta))$ همه جوابهای معادله $z^2 - 2z + 4 = 0$ (۱۵ نمره)

۲. با ذکر راه حل، مقدار $\sqrt[3]{28}$ را با دقت سه رقم اعشار محاسبه کنید. (۱۵ نمره)

۳. تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه زیر معرفی شده است. ($a > 0$ یک عدد حقیقی است).

$$f(x) = \begin{cases} (x^2)^a \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

به ازای چه مقادیری از a ، تابع f پیوسته است؟ به ازای چه مقادیری از a ، f تابعی مشتق پذیر است؟ (۱۵ نمره)

۴. نشان دهید برای هر x حقیقی، یک و تنها یک y حقیقی وجود دارد که در معادله $y^5 + y - x^3 + x = 0$ صدق کند. سپس نمودار تقریبی این رابطه ضمنی را برای $x \in [-1, 1]$ رسم کنید. (طول از مبدا نقاط کمینه و بیشینه موضعی و عطف باید محاسبه شود). (۱۵ نمره)

۵. $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی مشتق پذیر است که $f(0) = 0$. اگر برای هر $x \in [0, 1]$ ، $|f'(x)| \leq f(x)$ ، نشان دهید که همواره $f(x) = 0$. (استفاده از انتگرال مجاز نیست). (۲۰ نمره)

۶. مطلوبست یافتن تمام نقاطی روی تابع ضمنی زیر که بیشترین و کمترین فاصله را تا مبدا دارند. (۲۰ نمره)

$$\sqrt[3]{(y+x)^2} + \sqrt[3]{(y-x)^2} = 1$$

موفق باشید