

به نام خدا
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی



آزمون پایانترم درس ریاضی عمومی ۱ (نیمسال تحصیلی ۱۴۰۳۲)
با گرامیداشت یاد شهدای جنگ ۱۲ روزه

سه شنبه - ۴ شهریور ۱۴۰۴ - ساعت ۱۵:۳۰ مدت امتحان: ۳ ساعت

• استفاده از ماشین حساب و رایانه و تلفن همراه به هیچ وجه مجاز نیست.

۱.

$$f(x) := \int_x^{2x+1} e^{t^2} dt$$

مطلوبست محاسبه $f'(x)$. (۱۰ نمره)

۲. حد زیر را محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n^2 + 1} + \frac{n}{2n^2 + 4} + \frac{n}{2n^2 + 9} + \cdots + \frac{n}{3n^2}$$

۳. الف) نشان دهید انتگرال ناسره زیر همگراست. (۱۰ نمره)

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin t) dt$$

ب) مقدار عددی آن را محاسبه کنید. (توجه کنید که انتگرال نامعین $\int \ln(\sin t) dt$ قابل محاسبه نیست.) (۱۰ نمره)

۴. همگرایی یا واگرایی سریهای زیر را با ذکر دلیل بیان کنید. (۲۰ نمره)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 10\sqrt{n}}$$

۵. نشان دهید دنباله زیر همگراست و حد آن را بیابید. (۲۰ نمره)

$$a_{n+1} = \frac{1}{1 + a_n}, \quad a_1 = 1$$

۶. انتگرالهای نامعین زیر را محاسبه کنید. (۲۰ نمره)

$$\int \frac{xe^x}{(x-1)e^x + 1} dx, \quad \int x \sqrt[3]{x+2} dx, \quad \int \frac{dx}{x^2 + 1 + x\sqrt{x^2 + 1}}$$

موفق باشید