



۱. معادله مقدار اولیه ی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{4}{\sqrt{2-x^2}}, & -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ y(1) = 2\pi \end{cases}$$

۲. مشتق توابع $\sec^{-1}(x)$, $\sinh^{-1}(x)$, $\cosh^{-1}(x)$, $\tanh^{-1}(x)$ را محاسبه کنید به کمک آن حاصل انتگرال های زیر را بیابید:

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx \text{ (الف)}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx \text{ (ب)}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx \text{ (ج)}$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} dx \text{ (د)}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \text{ (و)}$$

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx \text{ (ه)}$$

۳. مشتق تابع $f(x) = Ax \cos(\ln(x)) + Bx \sin(\ln(x))$ را محاسبه کنید و به کمک آن حاصل انتگرال های زیر را بیابید:

$$\int \cos(\ln(x)) dx \text{ (الف)}$$

$$\int \sin(\ln(x)) dx \text{ (ب)}$$

۴. مشتق توابع $f_1(x) = x \sin(x) + \cos(x)$ و $f_2(x) = x \cos(x) - \sin(x)$ را محاسبه کنید و به کمک آن حاصل انتگرال های $\int x \cos(x) dx$ و $\int x \sin(x) dx$ را بیابید.

۵. مشتق تابع $f(x) = Ae^{ax} \cos(bx) + Be^{ax} \sin(bx)$ را محاسبه کنید و به کمک آن حاصل انتگرال های زیر را بیابید:

$$\int e^{ax} \cos(bx) dx \text{ (الف)}$$

$$\int e^{ax} \sin(bx) dx \text{ (ب)}$$

۶. حاصل انتگرال های زیر را محاسبه کنید:

$$\int \tan^2(x) dx \text{ (الف)}$$

$$\int \sin(x) \cos(x) + \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} dx \text{ (ب)}$$

$$\int \sec(x) \tan(x) + \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx \text{ (پ)}$$

۷. اگر $f(x) = x\sqrt{3+x^2}$ مقدار $(f^{-1})'(2)$ را محاسبه کنید.

۸. نشان دهید تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ معکوس پذیر است و معکوس آن را بیابید.