



۱. با استفاده از تقریب خطی مقادیر خواسته شده به همراه خطای آن‌ها را بیابید:

الف: اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ در این صورت مطلوب است محاسبه ی $f(2/0.1)$.

ب: اگر $f(x) = \sqrt{3x+1}$ در این صورت مطلوب است محاسبه ی $f(1/0.8)$.

ج: اگر $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ در این صورت مطلوب است محاسبه ی $\sqrt[3]{0/95}$, $\sqrt[3]{1/1}$.

۲. اگر شعاع یک کره را ۲٪ افزایش دهیم. حجم کره چند درصد افزایش پیدا می کند.

۳. نشان دهید برای $0 < x < \frac{\pi}{4}$ خواهیم داشت $x < \tan(x)$.

۴. نشان دهید برای $x > 0$ یا $-1 \leq x < 0$ خواهیم داشت:

الف: اگر $r > 1$ داریم $(1+x)^r > 1+rx$.

ب: اگر $0 < r < 1$ داریم $(1+x)^r < 1+rx$.

۵. اگر $f(x) = \cos(x) + \frac{x^2}{4}$ با استفاده از قضیه ی مقدار میانگین روی بازه ی $[0, x]$. نشان دهید:

$$\cos(x) > 1 - \frac{x^2}{4}$$

راهنمایی: از نامساوی $\sin(x) < x$ استفاده کنید.

۶. پیوستگی و مشتق پذیری تابع زیر در $x = 0$ را بررسی کنید:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x \cos(\frac{1}{x})) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

۷. تابع زیر مفروض است:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

الف: $f'(0)$ را محاسبه کنید.

ب: در مورد صعودی یا نزولی بودن تابع در حوالی صفر بحث کنید.

۸. فرض کنید تابع f دوبار مشتق پذیر روی بازه I که شامل اعداد 0 تا 2 است. اگر داشته باشیم $f(0) = f(1) = 0$.

$f(2) = 1$ آن گاه ثابت کنید:

الف: وجود دارد $a \in I$ به طوری که $f'(a) = \frac{1}{2}$

ب: وجود دارد $a \in I$ به طوری که $f'(a) > \frac{1}{2}$

ج: وجود دارد $a \in I$ به طوری که $f'(a) = \frac{1}{2}$