



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری هشتم - بهار ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

۱. قدر مطلق و مزدوج هر یک از اعداد مختلط زیر را بیابید.

الف) $(2 + i)(4 + 3i)$

ب) $\frac{3-i}{\sqrt{2+3i}}$

۲. به ازای هر دو عدد مختلط مانند z_1 و z_2 ، ثابت کنید

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2).$$

۳. معادله $(0, 0) = (5, 0)z + (4, 0)z^2$ را حل کنید.

۴. ثابت کنید $2^{100} = (1+i)^{200}$ و $(1+i\sqrt{3})^{-10} = -2^{-11}(1+i\sqrt{3})$.

۵. ثابت کنید همه ریشه‌های معادله $z^5 - (z+1)^5 = 0$ روی خط $x = -\frac{1}{4}$ واقع‌اند.

۶.

• تمام اعداد مختلطی مانند z را بیابید که در معادله $z^3 - \bar{z} = 0$ صدق می‌کنند.

ب) فرض کنید z عدد مختلطی باشد که $\text{Re}(z) > 1$. نشان دهید

$$\left| \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right| < \frac{1}{2}.$$