



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری ششم-بهار ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. مسئله زیر را به کمک تبدیل انتگرالی مناسب حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + tu, & -\infty < x < \infty, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, & \text{کران } u(x, t) \text{ است} \end{cases}$$

۲. مسئله زیر را به کمک تبدیل انتگرالی مناسب حل کنید.

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = e^{-x-y}, & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ u(x, 0) = xe^{-x}, & u_x(0, y) = e^{-y}, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0, & \lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y) = 0 \end{cases}$$

۳. مسئله زیر را به کمک تبدیل انتگرالی مناسب حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} + u_{xxxx} = 2u_{xxt} + te^{-x}, & t > 0, x > 0 \\ u(x, 0) = \frac{1}{1+x^2}, & u_t(x, 0) = e^{-x} \\ u_x(0, t) = t, & u_{xxx}(0, t) = e^t, \quad u(\infty, t) = 0 \end{cases}$$

۴. در هر مورد، ناحیه ای را که در آن معادله از نوع هذلولوی، سهموی و یا بیضوی است، معین کنید.

الف) $x^2 u_{xx} - 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = e^x$

ب) $xu_{xx} + u_{yy} + u_x - u = x^2$

۵. منحنی مشخصه و مختصات مشخصه را برای معادله $xy u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{yy} + 3u = xy$ بیابید. سپس آن را به شکل کانونیک درآورید.