



امتحان میان‌ترم معادلات

۲۱ اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۲

وقت ۳ ساعت

1. شرایطی را بیابید که معادله $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ عامل انتگرال سازی به صورت $\mu = \mu(x + y)$ داشته باشد و سپس با استفاده از آن، معادله زیر را حل کنید.

$$ydx + (y + \tan(x + y))dy = 0$$

2. معین کنید t دقیقاً در چه محدوده‌هایی باشد که قدر مطلق جواب معادله زیر، $u(t)$ ، اکیدا از یک کوچکتر باشد.

$$u'' + 2u = 0, \quad u(0) = 0 \quad u'(0) = 2$$

3. یک جواب عمومی با روش ضرایب نامعین برای معادله زیر بدست آورید.

$$y^{(4)} - y = \sin(2t) - \cos(2t) + 2e^t$$

4. نشان دهید $\{x, x^2, x^3\}$ یک مجموعه جواب اساسی جواب برای معادله همگن متناظر برای معادله زیر هستند. با روش تغییر پارامتر یک جواب خصوصی برای آن بدست آورید.

$$x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = x^{-1}, \quad x > 0$$

5. بررسی کنید در مسئله مقدار اولیه زیر آیا شرایط قضیه وجود و یکتایی برقرار است یا خیر. سپس تمام جوابهای آن را برحسب t_0 تعیین کنید:

$$y' = -y^{\frac{1}{3}}, \quad y(t_0) = 0$$

پیروز و سرافراز باشید.