



امتحان پایان ترم معادلات

۲۲ خردادماه ۱۴۰۲

وقت ۳ ساعت

1. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را با کمک فرمهای ژردان حل کنید:

$$y'(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} y(t)$$

2. جواب عمومی دستگاه معادلات داده شده را با روش قطری سازی بیابید.

$$x'(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-3t}$$

3. مسئله مقدار اولیه زیر را با کمک تبدیل لاپلاس حل کنید:

$$ty'' + (2t + 3)y' + (t + 3)y = 3e^{-t}, \quad y(0) = 0$$

4. دستگاه معادلات زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -2x - y - z \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -x - 2y - z \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -x - y - 2z \end{cases}, \quad \begin{matrix} x'(0) = y'(0) = z'(0) = 0 \\ x(0) = y(0) = z(0) = 1 \end{matrix}$$

5. بررسی کنید نقطه $x = 0$ نقطه تکین منظم است و معادله دیفرانسیلی را با کمک سری حول $x = 0$ حل کنید.

$$4x^2(1+x)y'' + 8x^2y' + (1+x)y = 0$$

پیروز و سرافراز باشید.

تابع

1

e^{at}

t

t^n

$\cos(\omega t)$

$\sin(\omega t)$

$e^{at} \cos(\omega t)$

$e^{at} \sin(\omega t)$

$\delta(t)$

$\delta(t - a)$

$$\cosh(kt) = \frac{e^{kt} + e^{-kt}}{2}$$

$$\sinh(kt) = \frac{e^{kt} - e^{-kt}}{2}$$

$$\frac{1}{2\omega^3} (\sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t))$$

$$\frac{t}{2\omega} \sin(\omega t)$$

$$\frac{1}{2\omega} (\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t))$$

$u(t - a)$

$t^n e^{at}$

تبدیل تابع

$1/s$

$1/(s - a)$

$1/s^2$

$n!/s^{n+1}$

$s/(s^2 + \omega^2)$

$\omega/(s^2 + \omega^2)$

$(s - a)/((s - a)^2 + \omega^2)$

$\omega/((s - a)^2 + \omega^2)$

1

e^{-as}

$s/(s^2 - k^2)$

$k/(s^2 - k^2)$

$$\frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}$$

$$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$$

$$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$$

e^{-as}/s

$n!/(s - a)^{n+1}$