

به نام خدا

تمرین‌های سری نهم

سوال ۱. (تمرین ۱۴ و ۱۶ ص ۸۷۳ آدامز) در تمرین‌های زیر خط‌های جریان میدان‌های سرعت داده شده را مشخص کنید.

$$\text{الف- } V(x, y, z) = e^{xyz}(xi + y^2j + zk)$$

$$\text{ب- } V(x, y) = xi + (x + y)j \text{ (راهنمایی: قرار دهید: } y = xV(x) \text{)}$$

سوال ۲. (تمرین ۳ و ۶ ص ۸۸۲ آدامز) در تمرین‌های زیر مشخص کنید میدان برداری داده شده پایستار است یا نه و در صورت مثبت بودن جواب تابع پتانسیل آن را بیابید.

$$\text{الف- } F(x, y) = \frac{xi - yj}{x^2 + y^2}$$

$$\text{ب- } F(x, y, z) = e^{x^2 + y^2 + z^2}(xzi + yzj + xyk)$$

سوال ۳. (تمرین ۷ ص ۸۸۲ آدامز) میدان برداری سه بعدی تابع پتانسیل زیر را بدست آورید:

$$\phi(r) = \frac{1}{|r - r_0|^2}$$

سوال ۴. (تمرین ۹ ص ۸۸۲ آدامز) نشان دهید میدان برداری

$$F(x, y, z) = \frac{2x}{z}i + \frac{2y}{z}j - \frac{x^2 + y^2}{z^2}k$$

پایستار است و تابع پتانسیل آن را بیابید. سطوح هم پتانسیل را توصیف کرده و خط‌های میدان F را بیابید.

سوال ۵. (تمرین ۲۲ ص ۸۸۳ آدامز) برای چه مقادیر ثابتی از α و β میدان برداری

$$F = r^2 \cos \theta \hat{r} + \alpha r^\beta \sin \theta \hat{\theta}$$

پایستار است؟ برای چنین مقادیری از α و β تابع پتانسیل F را بیابید.

سوال ۶. در تمرین‌های زیر انتگرال روی خط را برای منحنی‌های داده شده بدست آورید.

الف- $\int_l (x + y) ds, \quad r = at\mathbf{i} + bt\mathbf{j} + ct\mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq m$

ب- $\int_l y ds, \quad r = t^2\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq m$

سوال ۷. (تمرین ۱۶ ص ۸۸۷ آدامز) انتگرال $\int_l y ds$ را محاسبه کنید. l بخشی از منحنی

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{و} \quad x + y = 1 \quad \text{و} \quad z \geq 0 \quad \text{می باشد.}$$

سوال ۸. (تمرین ۱۷ ص ۸۸۷ آدامز) انتگرال $\int_l \frac{ds}{(2y^2+1)^{3/z}}$ را محاسبه کنید. l بخشی از سهمی

$$z^2 = x^2 + y^2 \quad \text{و} \quad x + z = 1 \quad \text{می باشد. (راهنمایی: قرار دهید } y = t \text{).}$$

سوال ۹. (تمرین ۱۵ ص ۸۸۷ آدامز) انتگرال $\int_l x ds$ محاسبه کنید. l یک هشتم اولیه منحنی مشخص شده

$$\text{از برخورد استوانه } x^2 + y^2 = a^2 \quad \text{و صفحه } z = x \text{ می باشد.}$$