

به نام خدا

سری دوم تمرین‌های ریاضی ۲

سوال ۱: نوع رویه‌های زیر را مشخص کنید. (با رسم شکل)

$$\text{الف) } x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4z - 22 = 0$$

$$\text{ب) } 5x^2 + 6y^2 + 4z - 4x = 14$$

$$\text{ج) } -x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2z = 0$$

$$\text{د) } x = z^2$$

سوال ۲: نواحی هندسی زیر را توصیف کنید.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

سوال ۳: اگر a بردار غیر صفری و W بردار دلخواهی باشد، بردارهای u و v

را چنان بیابید که $W = u + v$ و u موازی a و v عمود بر a باشد.

سوال ۴: به ازای چه مقدار از k چهار نقطه $(1, 1, -1)$ و $(0, 3, -2)$ و

$(-2, 1, 0)$ و $(k, 0, 2)$ همگی در یک صفحه‌اند؟

سوال ۵: تعیین کنید هر کدام از ماتریس‌های زیر (نیمه) مثبت معین, (نیمه) منفی معین و یا نامعین هستند.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

سوال ۶: تمام بردارهای x که در معادله زیر صدق می‌کنند را بدست آورید.

$$(-i + 2j + 3k) \times x = i + 2j$$

سوال ۷: اتحاد لاگرانژ را برای بردارهای a و b ثابت کنید:

$$|a|^2 |b|^2 - (a \cdot b)^2 = |a \times b|^2$$

سوال ۸: چه شرایطی برقرار باشد برای اینکه بردارهای غیر صفری a و b

تضمین کند معادله $a \times x = b$ دارای حلی برای x است؟ آیا این حل

یکتاست؟

سوال ۹: $(v \times w) \neq 0$ و x بردار سه‌تایی دلخواهی است. μ, ν و γ را

چنان بیابید که

$$x = \gamma u + \mu v + \nu w$$

سوال ۱۰: سیستم خطی زیر را حل کنید.

$$x - z = 0$$

$$-x + y = 0$$

$$2x + y + 3z = 13$$