

تمرین سری سیزدهم

مدرس: دکتر جعفری

تمرین ۱

شعاع همگرایی و بازه همگرایی هر کدام از سری‌های توانی زیر را به دست آورید.

$$\sum_n \sqrt{n} x^n \quad (\text{آ})$$

$$\sum_n \frac{x^n}{n} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_n \frac{(2x-1)^n}{5^n \sqrt{n}} \quad (\text{ج})$$

$$\sum_n n! (3x-2)^n \quad (\text{د})$$

تمرین ۲

آیا سری توانی وجود دارد بطوریکه بازه همگرایی آن به شکل $(0, \infty)$ باشد؟ در مورد جواب خود توضیح دهید.

تمرین ۳

بسط تیلور توابع زیر را تا مرتبه خواسته شده پیدا کنید و سپس باقیمانده لاگرانژ هر تابع را مشخص کنید.

$$(\text{آ}) \text{ تابع } e^{-x^2} \text{ حول نقطه } x = -1 \text{ تا مرتبه } 5$$

$$(\text{ب}) \text{ تابع } \sin^2 x \text{ حول نقطه } x = 0 \text{ تا مرتبه } 4$$

تمرین ۴

با استفاده از بسط مکلورن توابع $\ln(1+x)$ و $\ln(1-x)$ بسط مکلورن تابع $\tan^{-1}(x) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ را تا مرتبه $2n+1$ محاسبه کنید.

تمرین ۵

برای تقریب مقدار $\sin 1$ از بسط مک لورن تابع $\sin x$ تا چه مرتبه‌ای استفاده کنیم تا مطمئن شویم خطای محاسبه کمتر از 10^{-3} می‌باشد؟