

تمرین سری هشتم

مدرس: دکتر جعفری

تمرین ۱

(آ) مساحت زیر نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ با استفاده از چهار مستطیل و نقاط انتهایی سمت راست تخمین بزنید. تحقیق کنید که این تخمین از مساحت واقعی بیشتر یا کمتر است؟

(ب) قسمت قبل را با استفاده از نقاط انتهایی چپ انجام دهید.

تمرین ۲

حدود زیر را با استفاده از انتگرال محاسبه کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^r}{n^r} \quad (\text{آ})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{r}{n} \sqrt{1 + \frac{r i}{n}} \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n^r + i^r} \quad (\text{ج})$$

تمرین ۳

انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sec \theta \tan \theta \, d\theta \quad (\text{آ})$$

$$\int_1^r \frac{(rx+1)^r}{x^r} \, dx \quad (\text{ب})$$

$$\int_1^1 (x^e + e^x) \, dx \quad (\text{ج})$$

تمرین ۴

اگر $f(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1+t^2} dt$ و $g(y) = \int_y^1 f(x) dx$ دو تابع مفروض باشند. مقدار $g''(\frac{\pi}{6})$ را محاسبه کنید.

تمرین ۵

حد زیر را با استفاده از قاعده هوییتال به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x \ln(1+e^t) dt$$

تمرین ۶

انتگرال‌های نامعین زیر را به دست آورید.

ا) $\int \frac{\sin \theta}{\sqrt{1+\cos \theta}} d\theta$

ب) $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$

ج) $\int \frac{e^u}{\sqrt{1+e^u}} du$

د) $\int \frac{t+1}{\sqrt{t^2+t}-5} dt$

ه) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

و) $\int \frac{\sin t \cos t}{\sqrt{1+\sin^2 t}} dt$

ز) $\int \frac{t}{\cos^2 t \sqrt{1+\tan t}} dt$

ح) $\int x^2 \sqrt{1+x^2} dx$