

تمرین سری هفتم

مدرس: دکتر جعفری

تمرین ۱

با استفاده از خطی‌سازی‌های مناسب مقادیر زیر را محاسبه کنید. سپس مقدار خطا را در هر مورد مشخص کنید.

(آ) $\sqrt{50}$

(ب) $\cos 46$

تمرین ۲

نشان دهید برای هر $0 < x < 1$ رابطه $\ln(1+x) > \frac{x}{x+1}$ برقرار است و برای $0 < x < 1$ جهت نامساوی عوض می‌شود، یعنی $\ln(1+x) < \frac{x}{x+1}$.

تمرین ۳

بسط تیلور توابع زیر را تا مرتبه خواسته شده پیدا کنید و سپس باقیمانده لاگرانژ هر تابع را مشخص کنید.

(آ) تابع e^{-x^2} حول نقطه $x = -1$ تا مرتبه ۵

(ب) تابع $\sin^2 x$ حول نقطه $x = 0$ تا مرتبه ۴

تمرین ۴

به ازای هر مقدار $0 < r < 1$ نشان دهید رابطه زیر برقرار است.

$$(1 + \cos x)^r \leq 1 + r \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} \right)$$

تمرین ۵

با استفاده از بسط مکلورن توابع $\ln(1+x)$ و $\ln(1-x)$ بسط مکلورن تابع $\tan^{-1}(x) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ را تا مرتبه $n+1$ محاسبه کنید.

تمرین ۶

برای تقریب مقدار \sin^{-1} از بسط مکلورن تابع $\sin x$ تا چه مرتبه‌ای استفاده کنیم تا مطمئن شویم خطای محاسبه کمتر از 10^{-3} می‌باشد؟