

## تمرین سری چهارم

مدرس: دکتر جعفری

## تمرین ۱

به فرض تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  در نقطه  $x = 0$  دارای خط مماسی به معادله  $y = 2x + 1$  و در نقطه  $x = 1$  دارای خط مماسی به معادله  $y = 3 - 2x$  باشد. مقادیر  $a, b, c$  و  $d$  را پیدا کنید.

## تمرین ۲

مقدار  $c$  را طوری پیدا کنید که تابع  $f$  با ضابطه زیر در همه جا پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{x}} & x \neq 0 \\ c & x = 0 \end{cases}$$

## تمرین ۳

نشان دهید اگر مقدار تابع پیوسته  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  در نقطه  $x_0$  ناصفر باشد، آنگاه در یک همسایگی این نقطه مقدار تابع تغییر علامت نمی‌دهد.

## تمرین ۴

اکستریم‌های موضعی توابع زیر را پیدا کنید، سپس نوع آن‌ها را مشخص کنید.

$$f(x) = x^2(1-x)^2, \quad g(x) = x - 2 \sin x$$

## تمرین ۵

### تمرین سری چهارم

فرض کنید  $f$  تابعی با ضابطه زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

نشان دهید  $f$  روی بازه  $(0, +\infty)$  مشتق پذیر است. همچنین نشان دهید  $f$  در نقطه  $x = 0$  پیوسته است، اما این نقطه نه ماکسیمم موضعی و نه مینیمم موضعی آن است.

### تمرین ۶

با استفاده از مشتق گیری ضمنی  $\frac{dy}{dx}$  را پیدا کنید.

$$\sin(\sqrt{xy}) = \tan^{-1}\left(\frac{1-x}{y}\right) \quad (a)$$

$$\sin(\sqrt{x-1}) + \cos(x^2 + y^2) = 0 \quad (b)$$

### تمرین ۷

با استفاده از مشتق گیری ضمنی نشان دهید خط مماس در نقطه  $P$  روی دایره‌ای به مرکز  $O$  بر شعاع  $OP$  عمود است.