

# با یاد او

## سری دهم تمرینات ریاضی مهندسی

**مسئله ۱.** قسمت‌های حقیقی، موهومی، قدر مطلق و آوند  $f(z) = e^{\sin z}$  را مشخص کنید.

**مسئله ۲.** هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

$$e^{z^2} = 1 + i \quad (\text{آ})$$

$$\sin z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \quad (\text{ج})$$

$$\tan z = 1 + i \quad (\text{د})$$

$$\text{Log } z = (1 - i)\pi^2 \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۳.** بزرگ‌ترین دامنه تحلیلی هر یک از توابع زیر را مشخص کنید.

$$f(z) = \text{Log}(z + 1 + i) \quad (\text{آ})$$

$$g(z) = \frac{\text{Log}(z + i)}{z^2 + 4} \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۴.** مشتق شاخه اصلی توان کلی زیر را به دست آورید.

$$f(z) = z^{2z} \quad (\text{آ})$$

$$f(z) = z^{\sin z} \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۵.** کلیه مقادیر و مقدار اصلی هر یک از توان‌های کلی زیر را به دست آورید.

$$(1 - i)^{1+i} \quad (\text{آ})$$

$$(2i)^{1+i} \quad (\text{ج})$$

$$(1 - i)^i \quad (\text{ب})$$

$$(\sqrt{3} + i)^{\sqrt{3}-i} \quad (\text{د})$$

**مسئله ۶.** انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\oint_{|z-2i|=1} \frac{\sin z}{z^4 + 4z^2} dz \quad (\text{ج})$$

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cosh z}{z(z-2)^2} dz \quad (\text{آ})$$

$$\oint_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2(z^3+8)} dz \quad (\text{د})$$

$$\oint_{|z|=1} z^{-3}(z^2+z-1)^4 dz \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۷.** انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\oint_{|z|=3} (z^2 + z + 1) d\bar{z} \quad (\text{ب})$$

$$\oint_{|z|=\frac{\pi}{4}} \sin \bar{z} dz \quad (\text{آ})$$

**مسئله ۸.** انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\oint_{|z|=1} (z + \bar{z})^2 dz \quad (\text{ج})$$

$$\oint_{|z-1|=1} \left(\frac{\bar{z}}{z-1}\right)^2 dz \quad (\text{د})$$

$$\oint_{|z|=2} \frac{1}{|z-1|^2} dz \quad (\text{آ})$$

$$\oint_{|z-2|=1} \frac{\text{Log } z}{z^4} dz \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۹.** انتگرال‌های مثلثاتی زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta \quad (\text{ج})$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \theta}{2 + \cos \theta} d\theta \quad (\text{د})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin 2\theta} d\theta \quad (\text{آ})$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos \theta}{3 + \cos \theta} d\theta \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۱۰.** انتگرال‌های حقیقی زیر را حساب کنید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 2x + 4)^2} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} dx \quad (\text{د})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4)^2} dx \quad (\text{آ})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)^2} dx \quad (\text{ب})$$

**مسئله ۱۱.** مطلوبست محاسبه انتگرال‌های ناسره زیر

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 \sin^2 x}{(4 + x^2)^2} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^2 x}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx \quad (\text{د})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^3 x}{(x^2 + 1)^3} dx \quad (\text{آ})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin^2 x}{(1 + x^2)(4 + x^2)} dx \quad (\text{ب})$$