با یاد او

سری چهارم تمرینات ریاضی مهندسی

مسئله اشترم-لیوویل هر یک از متغیرهای مکان مسائل زیر را به‌دست آورید.

۱. $u_{tt} + ۲u_t - u_{xx} + ۲u_x + u = xt, \qquad ۰ \le x \le ۱, t \ge ۰$
$u(x,۰) = ۰, \quad u_t(x,۰) = ۰,$
$u(۰,t) = e^t, \quad u(۱,t) = t$

۲. $u_t - ۴u_{xx} - u_{txx} = xt, \qquad ۰ \le x \le ۱, t \ge ۰$
$u(x,۰) = x^۲, \quad u(۰,t) = t, \quad u_x(۱,t) = t^۲$

۳. $u_t = u_{xx} + ۴u_{yy} + u + xyt, \qquad ۰ \le x,y \le ۱, t \ge ۰$
$u(x,y,۰) = xy,$
$u(۰,y,t) = yt^۲, \quad u_x(۱,y,t) = y^۲t,$
$u_y(x,۰,t) = x^۲t^۲, \quad u_y(x,۱,t) = xt$

۴. $r^۲u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} = r\sin\theta, \qquad ۰ \le \theta \le \pi, ۱ \le r \le ۲$
$u(r,۰) = r, \quad u_\theta(r,\pi) = ۰, \quad u(۱,\theta) = \theta, \quad u(۲,\theta) = ۰$

۵. $u_{tt} = u_{xx} + ۴u_{yy} + ۴u_y + u_{zz}, \qquad ۰ \le x,y,z \le ۱, t \ge ۰$
$u(x,y,z,۰) = xy^۲, \quad u_t(x,y,z,۰) = yz^۲,$
$u(۰,y,z,t) = zt, \quad u_x(۱,y,z,t) = yt^۲,$
$u_y(x,۰,z,t) = xt, \quad u_y(x,۱,z,t) = zt,$
$u_z(x,y,۰,t) = yt, \quad u(x,y,۱,t) = xt^۲$

۶. $u_{tt} + ۲u_t + u_{txx} + u_{xxxx} = xt^۲, \qquad ۰ \le x \le ۱, t \ge ۰$
$u(x,۰) = x^۲, \quad u_t(x,۰) = x,$
$u_x(۰,t) = t^۲, \quad u(۱,t) = t, \quad u_{xxx}(۰,t) = ۱, \quad u_{xx}(۱,t) = t$
