



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین های سری هشتم

۱. قسمت حقیقی و موهومی تابع $f(z) = \frac{1}{z} + z$ را پیدا کنید.

۲. حد زیر را در صورت وجود حساب کنید.

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$$

۳. مجموعه نقاطی را که تابع $f(z) = \operatorname{Im} \frac{z}{z-1}$ در آن ها پیوسته است، مشخص کنید.

۴. بزرگترین میدانی را که تابع $f(z) = \frac{z^2-4}{z^2-2z-3}$ روی آن تحلیلی است، پیدا کنید و سپس فرمول مشتق آن را به دست آورید.

۵. مشتق تابع تحلیلی f با ضابطه

$$f(z) = x^2 - y^2 + \frac{x}{x^2 + y^2} + iv(x, y)$$

را به دست آورید.

۶. تعیین کنید تابع f با ضابطه

$$f(z) = e^{2x} \cos 2y + ie^{2x} \sin 2y$$

در کدام نقاط $\mathbb{C}$ مشتق پذیر است.

۷. تابع پیوسته f با دامنه $\mathbb{C}$ را طوری تعیین کنید که روی هذلولی $x^2 - y^2 = 1$ مشتق پذیر باشد، اما در سایر نقاط $\mathbb{C}$ مشتق پذیر نباشد.

۸. ثابت کنید تابع f با ضابطه $f(z) = \sqrt[n]{re^{i\frac{\theta}{n}}}$ روی

$$\{(r, \theta) : r > 0, 0 < \theta < \pi\}$$

تحلیلی است $(n \in \mathbb{N})$.

۹. ثابت کنید تابع u با ضابطه

$$u(x, y) = -2 - x^2 + 2xy^2 + \sinh x \sin y$$

همساز است و مزدوج همساز آن را بیابید.

۱۰. ثابت کنید تابع u با ضابطه $u(x, y) = y^2 - 2x^2y$ همساز است و مزدوج همساز آن را به دست آورید.

۱۱. تحت چه شرایطی تابع u با ضابطه $u(x, y) = e^{ax} \cos by$ همساز است؟

۱۲. فرض کنید تابع $f = u + iv$ ، تحلیلی باشد و u و v مشتقات پاره ای مرتبه دوم پیوسته داشته باشند. ثابت کنید تابع

$$g(x, y) = e^{u^*(x, y) - v^*(x, y)} \sin \Im u(x, y) v(x, y)$$

همساز است.