



۱. سری فوریه دوگانه تابع $f(x, y) = xy^2$ را در ناحیه $0 < x < \pi$ و $0 < y < \pi$ به دست آورید.

۲. سری فوریه دوگانه تابع $f(x, y) = x^2 y^2$ را در ناحیه $-\pi < x < \pi$ و $-\pi < y < \pi$ به دست آورید.

۳. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq t \\ u(x, 0) = x + \sin x, u_t(x, 0) = 0, u(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 0. \end{cases}$$

۴. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \\ u_x(0, t) - u(0, t) = 0, u_x(1, t) + u(1, t) = 0, u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

۵. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 1 < r < 2, 0 < \theta < \pi \\ u(1, \theta) = 0, u(2, \theta) = \theta(\theta - \pi), u_\theta(r, 0) = 0, u(r, \pi) = 0. \end{cases}$$

۶. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & r < a, 0 < \theta < \pi \\ u(r, 0) = 0, u(r, \pi) = 0, u(a, \theta) = \theta(\pi - \theta). \end{cases}$$

۷. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & r < a \\ u_r(a, \theta) + hu(a, \theta) = \sin \theta, \end{cases}$$

بطوریکه h عددی ثابت است.

۸. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 1 < r < 2, 0 < \theta < \pi \\ u(1, \theta) = 0, u(2, \theta) = 0, u(r, 0) = 0, u(r, \pi) = r. \end{cases}$$

۹. ابتدا مسئله اشترم-لیوویل متغیر مکان مناسب را بنویسید، سپس آن را حل کنید و پایه مناسب را به دست آورید و در انتها با استفاده از پایه به دست آمده مسئله را حل کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, \quad 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < d, 0 < t \\ u(x, y, z, 0) = xyz, u_t(x, y, z, 0) = 0, \\ u(0, y, z, t) = 0, u(x, 0, z, t) = 0, u(x, y, 0, t) = u(x, y, d, t), \\ u(a, y, z, t) = 0, u_y(x, b, z, t) = 0, u_z(x, y, 0, t) = u_x(x, y, d, t). \end{array} \right.$$