



۱. مسئله زیر را با پایه‌های حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = ku_{xx} - hu, & -\pi \leq x \leq \pi, 0 < t, \\ u(-\pi, t) = u(\pi, t), u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t), u(x, 0) = \sin x, \end{cases}$$

به طوریکه h و k اعداد ثابتی هستند.

۲. مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله اشترم-لیوویل منظم زیر را تعیین کنید.

$$y'' + y' + (1 + \lambda)y = 0, \quad y(0) = 0, y(1) = 0.$$

۳. مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله اشترم-لیوویل متناوب زیر را به دست آورید.

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(2\pi), y'(0) = y'(2\pi).$$

۴. مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله اشترم-لیوویل منظم زیر را بیابید.

$$\frac{d}{dx}((2+x)^2 y') + \lambda y = 0, \quad y(-1) = 0, y'(1) = 0.$$

۵. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه‌های پنج‌گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = 9u_{xx} - 6u_x + u + \sin x, & -\pi < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = x, u(-\pi, t) = u(\pi, t) + 1, u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t) + 2. \end{cases}$$

۶. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه‌های پنج‌گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = xt, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = \sin \pi x, u(0, t) = t, u(1, t) = t^2. \end{cases}$$

۷. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه‌های پنج‌گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_t - ku_{xx} = x \cos t, & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = \sin x, u_x(0, t) = t^2, u_x(\pi, t) = 2t. \end{cases}$$

۸. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه‌های پنج‌گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} + u = 2x^2 t, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = \cos \frac{2\pi}{3} x, u(0, t) = 1, u_x(1, t) = \frac{2\pi}{3}. \end{cases}$$

۹. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه های پنج گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} + \sinh x, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = x, u(0, t) = 1, u_x(1, t) = 2. \end{cases}$$

۱۰. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه های پنج گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = x \sin t, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 0, u_x(0, t) = t^2, u_x(1, t) = \cos t. \end{cases}$$

۱۱. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه های پنج گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = xt, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 0, u(0, t) = t^2, u_x(1, t) = 1 + t. \end{cases}$$

۱۲. مسئله غیرهمگن زیر را به مسئله همگن تبدیل و سپس با یکی از پایه های پنج گانه حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} + 2c^2 u_t - c^2 u_{xx} = x + t, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 1, u_x(0, t) = t, u(1, t) = 1. \end{cases}$$