

تمرین تحویلی سری سوم

مدرس: علیشاهی و شریفی تبار

تمرین ۱

طول منحنی

$$x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = \ln(\cos t), \quad (0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}),$$

را پیدا کنید.

تمرین ۲

بردارهای یکه مماس، قائم اول و قائم دوم بر منحنی داده شده در نقطه P نظیر به مقدار ذکر شده از پارامتر t را بیابید. همچنین، انحنای κ و تاب τ در نقطه P را پیدا کنید.

$$.x = 2t, \quad y = t^2, \quad z = \ln t, \quad t = 1 \quad (\text{آ})$$

$$.x = \cosh t, \quad y = \sinh t, \quad z = t, \quad t = 0 \quad (\text{ب})$$

تمرین ۳

منحنی C را نمودار تابع بردار موضع $r = r(t)$ در نظر بگیرید که در آن پارامتری غیر از طول قوس است. نشان دهید که تاب C با فرمول

$$\tau = \frac{r' \cdot (r'' \times r''')}{|r' \times r''|^2},$$

محاسبه می شود، که در آن طبق معمول پریم، مشتگیری نسبت به t را نشان می دهد. سپس، نشان دهید C یک منحنی مسطح است اگر و تنها اگر تاب آن متحد صفر باشد.

همه گروه‌ها - تمرین تحویلی سری سوم

تمرین ۴

منحنی $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ که به ازای هر t ، $\kappa(t) = 1$ و $\tau(t) = 1$ و نیز $\hat{T}(\circ) = \mathbf{i}$ ، $\mathbf{r}(\circ) = \hat{T}(\circ) = \mathbf{i}$ و $\hat{N}(\circ) = \mathbf{j}$ را بیابید.

تمرین ۵

نشان دهید که انحنای یک خم مسطح از رابطه $\kappa = \left| \frac{d\phi}{ds} \right|$ محاسبه می‌شود که در آن ϕ زاویه بین \hat{T} و \mathbf{i} است.