

تمرین‌های سری هشتم

مدرس: علیشاهی و شریفی تبار

تمرین ۱

مقادیر ماکزیمم و مینیمم $x + 2y - 3z$ روی بیضی گون $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 108$ را بیابید.

تمرین ۲

مقادیر ماکزیمم و مینیمم $x^2 + y^2 + z^2$ روی بیضی متشکل از اشتراک مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ و صفحه $3 = x - 2z$ را بیابید.

تمرین ۳

مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع n متغیره $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n$ تحت قید $x_1^2 + \dots + x_n^2 = 1$ را بیابید.

تمرین ۴

اگر α, β, γ زوایای یک مثلث باشند، نشان دهید که

$$\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \leq \frac{1}{8}.$$

تساوی در چه مثلث‌هایی رخ می‌دهد؟

تمرین ۵

حاصل $\iint_T \sqrt{a^2 - y^2} dA$ را محاسبه کنید که در آن T مثلث به رئوس $(0, 0)$ ، $(a, 0)$ و (a, a) است.

تمرین ۶

حاصل $\iint_R \frac{x}{y} e^y dA$ را محاسبه کنید، که در آن R ناحیه $x^2 \leq y \leq x$ و $0 \leq x \leq 1$ است.

تمرین‌های سری هشتم

تمرین ۷

حجم اجسام ذکر شده را بیابید:

آ) داخل دو استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ و $x^2 + z^2 = a^2$.

ب) زیر سطح $z = \frac{1}{x+y}$ و بالای ناحیه در صفحه xy و کراندار به $x = 1, x = 2, y = 0$ و $y = x$.

تمرین ۸

مقادیر انتگرال‌های ناسره زیر را حساب کنید:

آ) $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(|x|+|y|)} dA$.

ب) $\iint_T \frac{1}{x^2} e^{-y/x} dA$ ، که در آن T ناحیه صادق در $x \geq 1$ و $0 \leq y \leq x$ است.