

۱. به ازای چه مقادیری از α تابع f مشتق پذیر است.

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

۲. ثابت کنید تابع زیر بینهایت بار مشتق پذیر است و مشتقات آن را در صفر محاسبه کنید.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

۳. فرض کنید f تابعی مشتق پذیر بر \mathbb{R} باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$ نشان دهید قطعا در یک نقطه مشتق این تابع صفر است.

۴. ثابت کنید هر چند جمله‌ای از درجه زوج روی \mathbb{R} دارای ماکزیمم یا مینیمم است.

۵. فرض کنید یک چند جمله‌ای روی \mathbb{R} دارای n ریشه است. نشان دهید مشتق آن دارای $n - 1$ ریشه است.

۶. تابع $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را در نظر بگیرید. به کمک مشتق تقریبی برای $f(1.001)$ و خطای آن ارائه دهید.

۷. فرض کنید $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی مشتق پذیر و $a > 0$ ثابت کنید اعدادی چون c_1, c_2 وجود دارند بطوری که:

$$\frac{f'(c_1)}{a+b} = \frac{f'(c_2)}{2c_2}$$

۸. فرض کنید f تابعی مشتق پذیر و کراندار بر \mathbb{R} باشد که مشتق آن تنها در تعدادی متناهی نقطه صفر شود. نشان دهید f در بینهایت دارای حد است.