

۱. فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد با این خاصیت که برای هر عدد گویا همچون  $q$  ،  $f(q) = 0$  ثابت کنید  $f$  تابع ثابت صفر است.

۲. ثابت کنید هر تابع پیوسته و یک به یک یا اکیدا صعودی است یا اکیدا نزولی.

۳. فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد با این ویژگی که برای هر دو عدد گویا مانند  $q_1$  و  $q_2$  که  $q_1 < q_2$  داشته باشیم  $f(q_1) < f(q_2)$  . نشان دهید  $f$  اکیدا صعودی است.

۴. فرض کنید  $f$  تابعی پیوسته باشد که  $f(f(f(x))) = x$  نشان دهید  $f(x) = x$

۵. فرض کنید  $f$  تابعی پیوسته و متناوب باشد. ثابت کنید اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l$  آنگاه  $f(x) = l$  .  
 ۶. توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر تعریف شده‌اند. مجموعه نقاط ناپوستگی  $f \circ g$  را بیابید.

$$f(x) = x - [2x] \quad g(x) = \ln 3x$$

۷. نشان دهید تابع  $f$  تنها در نقاط گنگ پیوسته است

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & x \in \mathbb{Q}, x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1 \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

۸. نشان دهید به ازای هیچیک از مقادیر  $c$  تابع زیر در  $x = 0$  پیوسته نیست.

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ c & x = 0 \end{cases}$$