



به نام خدا

سری هفتم تکالیف دوره‌ای

درس ریاضی عمومی ۱

۲۷ خرداد ۹۹

دانشجویان محترم درس ریاضی عمومی یک، لطفاً قبل از پاسخ‌گویی به تکالیف که در صفحه‌ی بعد آمده است، به موارد زیر توجه فرمایید:

- ۱- مهلت ارسال پاسخ تکالیف تا ساعت ۲۴ روز جمعه ۳۰ خردادماه خواهد بود.
- ۲- پاسخ تکالیف خود را تنها باید در سامانه‌ی درس افزار شریف CW بارگذاری نموده و از ارسال پاسخ‌ها به ایمیل دستیاران آموزشی یا ایمیل اساتید محترم درس بپرهیزید.
- ۳- اجازه‌ی بارگذاری با تاخیر وجود دارد ولی به ازای هر ۳ ساعت تاخیر مقدار ۱۰ درصد از نمره‌ی کل هر دوره تکلیف کم خواهد شد. (به عنوان مثال اگر با ۹ ساعت تاخیر ارسال شود ۰.۳ نمره کسر می‌شود.)
- ۴- پاسخ تکالیف حتماً باید در قالب یک فایل PDF با کیفیت مناسب و خوانا بارگذاری شده و نام فایل حتماً باید شماره دانشجویی شخص نگارنده باشد.
- ۵- تکالیف هر بار در سایت دروس سرویس دانشکده علوم ریاضی نیز بارگذاری می‌شود و توصیه می‌شود روزانه به این سایت مراجعه نموده تا از اخبار و اطلاعیه‌های مربوطه نیز آگاه شوید.

با آرزوی موفقیت

سوال ۱

نشان دهید نگاشت زیر دارای نگاشت اولیه است.

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

راهنمایی: $\int_0^x \sin \frac{1}{t} dt$ را در نظر بگیرید و برای بررسی مشتق پذیری آن در مبدأ از انتگرال جز به جز استفاده کنید.

سوال ۲

روی بازه $(0, 1]$ متناهی بودن طول نمودار هر یک از نگاشت‌های زیر را بررسی نمایید.

الف) $\sin \frac{1}{x}$ ب) $x \sin \frac{1}{x}$ ج) $x^2 \sin \frac{1}{x}$

سوال ۳

انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

ب) $\int_a^{a+n} (x - [x]) dx$ که در آن n عددی طبیعی و a عددی حقیقی است.

سوال ۴

با استفاده از محاسبه $\int_0^1 (1 - x^2)^n dx$ به روش‌های مختلف تساوی زیر را نشان دهید.

$$\binom{n}{0} - \frac{1}{3} \binom{n}{1} + \frac{1}{5} \binom{n}{2} - \dots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} \binom{n}{n} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{2n}{2n+1}$$

که در آن $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

سوال ۵

ناحیه محصور توسط منحنی بسته $x = a \cos^3 t$ ، $y = a \sin^3 t$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. مطلوبست محاسبه:

الف) حجم شکل حاصل

ب) مساحت رویه شکل حاصل