



به نام خدا

سری پنجم تکالیف دوره‌ای

درس ریاضی عمومی ۱

۱۳ خرداد ۹۹

دانشجویان محترم درس ریاضی عمومی یک، لطفاً قبل از پاسخ‌گویی به تکالیف که در صفحه‌ی بعد آمده است، به موارد زیر توجه فرمایید:

۱- در صورتی که به هر دلیل به سامانه‌ی درس افزار شریف CW دسترسی ندارید و امکان بارگذاری پاسخ تکالیف برای شما در این سامانه وجود ندارد لازم است ایمیلی با عنوان «عدم دسترسی به سامانه‌ی درس افزار» به tacalculus1@gmail.com ارسال نموده و مشکل خود را با ذکر نام و شماره دانشجویی بیان نمایید تا مشکل‌تان برطرف گردد.

۲- پاسخ تکالیف خود را تنها باید در سامانه‌ی درس افزار شریف CW بارگذاری نموده و از ارسال پاسخ‌ها به ایمیل مذکور یا ایمیل اساتید محترم درس بپرهیزید.

۳- اجازته‌ی بارگذاری با تاخیر وجود دارد ولی به ازای هر ۳ ساعت تاخیر مقدار ۱۰ درصد از نمره‌ی کل هر دوره تکلیف کم خواهد شد. (به عنوان مثال اگر با ۹ ساعت تاخیر ارسال شود ۰.۳ نمره کسر می‌شود.)

۴- پاسخ تکالیف حتماً باید در قالب یک فایل PDF با کیفیت مناسب و خوانا بارگذاری شده و نام فایل حتماً باید شماره دانشجویی شخص نگارنده باشد.

۵- تکالیف هر بار در سایت دروس سرویس دانشکده علوم ریاضی نیز بارگذاری می‌شود و توصیه می‌شود روزانه به این سایت مراجعه نموده تا از اخبار و اطلاعیه‌های مربوطه نیز آگاه شوید.

با آرزوی موفقیت

سوال ۱

فرض کنید $P(x)$ یک چندجمله ای از درجه زوج و l یک خط به معادله $y = ax + b$ باشد. اگر P و l یکدیگر را در تعداد فرد نقطه قطع کنند نشان دهید حداقل در یکی از این نقاط تقاطع، خط l بر منحنی $P(x)$ مماس است. اگر درجه P فرد باشد حکم مشابهی را بیان کنید و برای آن استدلال ارائه نمایید.

سوال ۲

منحنی $x^n + y^n = 1$ را برای $x, y \geq 0$ و n طبیعی در نظر بگیرید.

الف) نمودار منحنی را رسم کنید. با ذکر دلیل توضیح دهید وقتی n بزرگ می شود منحنی به چه شکلی نزدیک می شود.
ب) با استفاده از منحنی فوق نشان دهید:

$$\frac{1}{\sqrt[n]{2}} \leq \int_0^1 \sqrt[n]{1-x^n} \leq 1$$

سوال ۳

حد زیر را برای $\alpha > 0$ حقیقی با استفاده از انتگرال ریمان محاسبه کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^\alpha + 2^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}$$

سوال ۴

الف) میانگین تابع $\ln x$ را در بازه $[1, 2]$ بدست آورید و مشخص کنید این مقدار میانگین در چه نقطه ای توسط تابع $\ln x$ اتفاق می افتد.

ب) با استفاده از انتگرال ریمان نشان دهید:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{n!}} = \frac{4}{e}$$

سوال ۵

مطلوبست محاسبه حد زیر:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \sqrt[n+k]{\frac{n+k}{n}}$$