

۱.

الف: سری فوریه تابع $f(x) = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$ ، $-\pi \leq x \leq \pi$ ، را به دست آورید.ب: برای سری فوریه تابع $f(x)$ ، درستی اتحاد پارسوال را تحقیق کنید.

۲. مسئله زیر را به شکل کانونیک تبدیل کرده و آن را حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x^2, & -\infty < x < \infty \\ u_t(x, 0) = x + 1, & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

۳. مطلوبست حل مسئله با شرایط کوشی زیر

$$\begin{cases} u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + u_x + 2u_y = 2x - 2y, & -\infty < x < \infty, \quad y > 0 \\ u(x, 0) = x^2, \quad u_y(x, 0) = x \end{cases}$$

۴. مسئله زیر را با استفاده از روش جداسازی حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0, & t > 0 \\ u_x(1, t) + u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = \frac{1}{4}, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

۵. مسئله زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + x + t, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(1, t) = t, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 1 + \cos(2\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

۶. جواب مسئله انتقال حرارت زیر را با کمک تبدیل فوریه به دست آورید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xxt} - u + te^{-|x|}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-|x|}, \quad u(\pm\infty, t) = 0 \end{cases}$$