

۱. جواب (صوری) مسئله زیر را به روش جداسازی به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = x + \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

۲. جواب (صوری) مسئله غیرهمگن زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = xt, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = t, \quad u(1, t) = t^2 \\ u(x, 0) = \sin \pi x \end{cases}$$

۳. جواب مسئله های زیر را به کمک تبدیلات فوریه (یا لاپلاس) به دست آورید.

الف:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + tu, & -\infty < x < \infty, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, & \text{u(x, t) کراندار است} \end{cases}$$

ب:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = e^{-x-y}, & 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty \\ u(x, 0) = xe^{-x}, & u_x(0, y) = \sin x^2, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0, & \lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y) = 0 \end{cases}$$

۴. معادله لاپلاس زیر را با شرایط داده شده در نظر بگیرید. جواب کراندار این مسئله را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0, & 0 < r < 4, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{4} \\ u(r, 0) = u(r, \frac{\pi}{4}) = 0, & 0 \leq r \leq 4, \\ u(4, \theta) = \sin \theta, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$