

۱. فرض کنید f تابعی حقیقی است که با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+1) & |x| < 1 \\ \cdot & |x| \geq 1 \end{cases}$$

تعریف شده است. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه f .

۲. انتگرال فوریه سینوسی هر یک توابع زیر را که در بازه $(0, \infty)$ تعریف شده اند، به دست بیاورید.

الف:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} & 0 < x \leq \pi \\ \cdot & x > \pi \end{cases}$$

ب:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x \leq \pi \\ \cdot & x > \pi \end{cases}$$

ج:

$$f(x) = e^{-x} \cos x$$

۳. با استفاده از انتگرال فوریه سینوسی درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\int_0^{\infty} \frac{\omega^3 \sin \omega x}{\omega^4 + 4} d\omega = \frac{\pi}{4} e^{-x} \cos x$$

۴.

الف: فرض کنید f تابعی زوج و $A(\omega)$ ضریب فوریه کسینوسی آن و $a > 0$ عددی ثابت است. گزاره زیر را ثابت کنید.

$$f(ax) = \frac{1}{a} \int_0^{\infty} A\left(\frac{\omega}{a}\right) \cos \omega x dx$$

ب: به کمک قسمت الف تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\omega} \sin \omega t}{\omega} d\omega = \tan^{-1} t$$

۵. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+a^2}$ ، بطوریکه $a > 0$ عددی ثابت است.

۶. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه سینوسی $f(x) = \frac{e^{-ax}}{x}$ ، بطوریکه $a > 0$ عددی ثابت است.