

۱. انتگرال های زیر را حساب کنید:

الف:

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z^n} dz \quad (n \in \mathbb{Z})$$

ب:

$$\oint_{|z|=2} \frac{z+1}{z^2-z} dz$$

۲. فرض کنید C مرز میدان

$$\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2, \operatorname{Im} z > 0\}$$

است. انتگرال $\oint_C \frac{z}{z^2} dz$ را حساب کنید.

۳. شعاع همگرایی هر یک از سری های زیر را به دست آورید.

الف:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} z^n$$

ب:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} z^n$$

۴. بسط مک لورن توابع زیر را به دست آورید.

الف:

$$f(z) = \frac{1}{(1+z^2)^2}$$

ب:

$$f(z) = e^{z^2-z}$$

ج:

$$f(z) = \cos^2 z$$

۵. حاصل انتگرال $\oint_C \frac{z}{\sin(z)(z-i)} dz$ که در آن منحنی C دایره $|z-i|=1$ در صفحه مختلط است را حساب کنید.

۶. اگر C بیضی $4(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ در جهت مثلثاتی باشد و $f(z) = \oint \frac{e^z}{z(z-z_0)}$ ، آنگاه $f'(2)$ را حساب کنید.

۷. اگر دایره $C_R : |z|=R > 1$ مسیر انتگرالگیری باشد، آنگاه کوچکترین مقدار M که در نامساوی $\left| \int_{C_R} \frac{\operatorname{Log} z}{z^2} dz \right| \leq M$ صدق می کند (در صورتی که شاخه $-\pi < \operatorname{Arg} z < \pi$ برای Log در نظر گرفته شود)، را به دست آورید.

۸.

الف: ماکسیمم تابع $f(z) = |z^2 - z|$ بر قرص $|z| \leq 1$ را به دست آورید.

ب: ناحیه بسته شامل درون و روی اضلاع چهار ضلعی با رئوس جواب های معادله $z^2 + 1 = 0$ را D می نامیم. مقدار ماکسیمم تابع $f(z) = |\sin z|^2$ روی ناحیه D را به دست آورید.

۹. حاصل انتگرال $I = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\pi}} \cos^2(e^{i\theta}) d\theta$ را حساب کنید.

۱۰. فرض کنید f تابعی نام است و به ازای هر z ، $|f(z)| > 1$. ثابت کنید f تابعی ثابت است.