

۱. سری فوری تابع متناوب $f(x)$ با دوره تناوب 2π با ضابطه زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi & -\pi < x < 0, \\ \cdot & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

۲. سری فوری دلتای دیراک $\delta(x)$ با دوره تناوب 2π را در بازه $|x| < \pi$ به دست آورید.

۳. اگر سری فوری تابع f در بازه $|x| < \pi$ به صورت $f(x) = 1 + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx$ باشد، ضریب b_2 در بسط فوری $f(x) \sin x$ با دوره تناوب 2π در بازه $|x| < \pi$ را به دست آورید.

۴. با استفاده از سری فوری تابع f با ضابطه $f(x) = |\sin x|$ ، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ را به دست آورید.

۵. با استفاده از سری فوری $f(x) = x^2$ روی بازه $|x| < 1$ و $f(x+2) = f(x)$ ، مقادیر $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ را به دست آورید.

۶. فرض کنید f یک تابع متناوب انتگرال پذیر با دوره تناوب T باشد. آنگاه برای هر عدد ثابت مانند a نشان دهید:

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_a^T f(x) dx.$$

۷. فرض کنید تابع f روی بازه $(0, 1)$ با ضابطه $f(x) = 1 - x$ تعریف شده است. سری های فوری توسعه های تناوبی زوج و فرد تابع f را به دست آورید.

۸. سری فوری تابع f تعریف شده با ضابطه ی زیر را روی بازه $|x| < 2$ یکبار از روش مستقیم و یک بار از روش صورت مختلط سری فوری به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} e^x & -2 < x < 0, \\ \cdot & x = 0, \\ -e^{-x} & 0 < x < 2. \end{cases}$$