



سوال ۱ . شعاع همگرایی را در هر کدام از سری های زیر به دست آورید.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!} \quad \text{الف)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n \quad \text{ب)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - x_0)^n}{n} \quad \text{ج)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n!}{n^n} \quad \text{د)}$$

سوال ۲ . بسط تیلور توابع زیر را حول x_0 به دست آورده و شعاع همگرایی را به دست آورید.

$$\text{الف) } x_0 = 0 \quad \ln(1+x)$$

$$\text{ب) } x_0 = 2 \quad \frac{1}{1-x}$$

سوال ۳ . با استفاده از سری توانی جواب هر کدام از معادلات زیر را حول x_0 به دست آورید (با به دست آوردن

y_1 و y_2 این کار را انجام دهید.) سپس با استفاده از روش کین y_1 و y_2 ، مستقل بودن دو جواب را

بررسی کنید.

$$\text{الف) } x_0 = 0 \quad y'' - y = 0$$

$$\text{ب) } x_0 = 0 \quad y'' + k^2 x^2 y = 0 \quad k \text{ ثابت}$$

$$\text{پ) } x_0 = 0 \quad (2 + x^2)y'' - xy' + 4y = 0$$

$$\text{ج) } x_0 = 0 \quad y'' + xy' + 2y = 0$$

سوال ۴ . با استفاده از سری ها جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$(1-x)y'' + xy' - y = 0 \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 2 \quad \text{الف}$$

سوال ۵ . در هر کدام از مسایل زیر شعاع همگرایی سری وابسته به جواب حول x_0 را به دست آورید.

$$y'' + 4y' + 6xy = 0 \quad x_0 = 0, \quad x_0 = 4 \quad \text{الف}$$

$$(1+x^3)y'' + 4xy' + y = 0 \quad x_0 = 0, \quad x_0 = 2 \quad \text{ب}$$

سوال ۶ . جواب هر یک از معادلات زیر را با استفاده از روش سری ها حول مبدا به دست آورید. شعاع همگرایی را

نیز مشخص کنید.

$$e^x y'' + xy = 0 \quad \text{الف}$$

$$\cos(x)y'' + xy' - 2y = 0 \quad \text{ب}$$

$$e^{-x}y'' + \ln(1+x)y' - xy = 0 \quad \text{ج}$$

سوال ۷ . فرض کنید x و x^2 جواب های معادله دیفرانسیل $P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0$ باشد. نقطه

$x = 0$ آیا یک نقطه عادی برای این معادله دیفرانسیل است یا خیر؟ اثبات کنید.