



معادلات دیفرانسیل

تمرینات سری پنجم (نیمسال دوم ۹۸-۹۷)

سوال ۱ . جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } y^{(4)} + 2y'' + y = 0$$

$$\text{ب) } y^{(4)} - 8y' = 0$$

$$\text{ج) } y''' + 5y'' + 6y' + 2y = 0$$

سوال ۲ . معادله دیفرانسیل خطی مرتبه چهارم با ضرایب ثابت زیر را در نظر بگیرید.

$$y^{(4)} + a_4y^{(3)} + a_3y^{(2)} + a_2y' + a_1y = 0$$

الف) ضرایب را طوری بیابید که توابع زیر در آن صدق کنند.

$$\sin(t), \cos(t), t \sin(t), t \cos(t)$$

ب) با ضرایب به دست آمده در قسمت قبل، جواب عمومی معادله ناهمگن زیر را به دست آورید.

$$y^{(4)} + a_4y^{(3)} + a_3y^{(2)} + a_2y' + a_1y = t^2 + t \sin(t)$$

سوال ۳ . فرض کنید $x, x^2, 1/x$ جواب های همگن معادله

$$x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 2x^4 \quad x > 0$$

باشد. جواب خصوصی این معادله را پیدا کنید.

سوال ۴ . جواب خصوصی معادلات غیر همگن زیر را به دست آورید.

$$y''' - y' = te^{-t} + 2 \cos(t) \quad (\text{الف})$$

$$y^{(4)} + 4y'' = \sin(2t) + te^t + 4 \quad (\text{ب})$$

$$y^{(4)} + 2y''' + 2y'' = 3e^t + 2te^{-t} + e^{-t} \sin(t) \quad (\text{ج})$$

سوال ۵ . معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید.

$$y^{(n)} + p_1(t)y^{n-1} + \dots + p_n(t)y = 0$$

فرض کنید y_1, \dots, y_n جواب های معادله بالا باشند. ثابت کنید

$$W(y_1, \dots, y_n)(t) = c \exp \left[- \int p_1(t) dt \right]$$

سوال ۶ . جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را با روش تغییر پارامتر به دست آورید.

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = e^{4t} \quad (\text{الف})$$

$$y''' - y' = \csc(t) \quad 0 < t < \pi \quad (\text{ب})$$

$$y^{(4)} + 2y'' + y = \sin(t) \quad (\text{ج})$$