



تمرینات سری اول

معادلات دیفرانسیل

سوال ۱ . معادلات دیفرانسیل زیر را با شرایط مرزی داده شده حل کنید.

$$y' + 2y = te^{-2t}, \quad y(1) = 0 \quad (\text{الف})$$

$$t^3 y' + 4t^2 y = e^{-t}, \quad y(-1) = 0, \quad t < 0 \quad (\text{ب})$$

$$y' + (2/t)y = \cos(t)/t^2, \quad y(\pi) = 0, \quad t > 0 \quad (\text{ج})$$

سوال ۲ . مقدار y را طوری پیدا کنید که جواب معادله

$$y' - y = 3 \sin x + 1, \quad y(0) = y.$$

هنگامی که $x \rightarrow \infty$ متناهی باقی بماند.

سوال ۳ . نشان دهید اگر a و λ دو عدد مثبت و b عدد حقیقی دلخواه باشد، آنگاه هر جواب معادله

$$y' + ay = be^{-\lambda t}$$

دارای این خاصیت است که وقتی $t \rightarrow \infty$ آنگاه $y \rightarrow 0$

راهنمایی: حالت $a = \lambda$ و $a \neq \lambda$ را جداگانه در نظر بگیرید.

سوال ۴ . جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$y' + y^2 \sin(x) = 0 \quad (\text{الف})$$

$$y' = (x - e^{-x})/(y + e^y) \quad (\text{ب})$$

$$y' = x^2/(1 + y^2) \quad (\text{ج})$$

سوال ۵ . مساله با مقدار مرزی زیر را حل کرده و مشخص کنید ماکسیمم در کجا اتفاق می افتد.

$$y' = \frac{2 - e^x}{3 + 2y}$$

سوال ۶ . معادلات دیفرانسیل زیر را حل و بازه که جواب در آن تعریف شده را پیدا کرده و نمودار جواب را بکشید.

$$e^x dx - y dy = 0, \quad y(0) = 1 \quad (\text{الف})$$

$$y^2 \sqrt{(1-x^2)} dy = \arcsin x dx \quad (\text{ب})$$

سوال ۷ . معادلات زیر را با تغییر متغیرهای داده شده حل کنید.

$$xy^2 (xy' + y) = 4, \quad xy = t \quad (\text{الف})$$

$$(\ln x + y^3) dx - 3xy^2 dy = 0, \quad y^3/x = t \quad (\text{ب})$$

$$(xy + 2xy \ln^2 y + y \ln y) dx + (2x^2 \ln y + x) dy = 0, \quad x \ln y = t \quad (\text{ج})$$