



به نام خدا

سری دوازدهم تمارین

درس ریاضی عمومی ۲

زمستان ۹۷

با استفاده از قضیه گرین مقدار انتگرال

سوال ۱

$$\int_C (x \sin(y^2) - y^2)dx + (x^2y \cos(y^2) + 3x)dy$$

که C مرز پاد ساعت‌گرد ذوزنقه به راس‌های $(0, -2)$ ، $(1, -1)$ ، $(1, 1)$ و $(0, 2)$ است را بیابید.

مساحت نواحی خواسته شده را بیابید:

سوال ۲

الف) قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ که درون استوانه $x^2 + y^2 = 2ay$ قرار دارد؛

ب) قسمتی از صفحه $Ax + By + Cz = D$ که درون استوانه بیضوی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ قرار دارد.

رویه هموار S به صورت زیر داده شده است:

سوال ۳

$$r(u, v) = (\cos 2u)(2 + v \cos u)i + (\sin 2u)(2 + v \cos u)j + v \sin uk$$

$$-1 \leq v \leq 1, \quad 0 \leq u \leq 2\pi$$

اگر $N = N(u, v)$ میدان برداری قائم‌یکه بر S باشد، نشان دهید به ازای هر میدان برداری هموار F بر S داریم:

$$\iint_S F \cdot N ds = 0$$

مطلوبست محاسبه $\iint_P \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$ که در آن P صفحه $Ax + By + Cz = D$ است و $D \neq 0$.

سوال ۴

شار میدان برداری $F(x, y, z) = xi + yj + z^2k$ را در عبور از بالا از رویه پارامتری زیر بیابید:

سوال ۵

$$r(u, v) = u \cos v i + u \sin v j + uk, \quad 0 \leq u \leq 2, \quad 0 \leq v \leq \pi$$

فرض کنید C یک خم بسته ساده بسته جهت‌دار باشد که از مبدا مختصات عبور نمی‌کند. انتگرال $\int_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$ را در

سوال ۶

نظر بگیرید. نشان دهید:

الف) اگر مبدا مختصات درون ناحیه احاطه شده توسط C نباشد، این انتگرال برابر با صفر است؛

ب) اگر مبدا مختصات درون ناحیه احاطه شده توسط C باشد، این انتگرال برابر با 2π است.