

تمرین‌های ریاضی عمومی ۱

(سری یازدهم)

۷ خرداد ۱۳۹۸

تمرین ۱: سری تیلور e^{x^2-1} را حول نقطه $x = 0$ بیابید.

تمرین ۲: الف) سری تیلور تابع $\ln(1+x)$ را حول $x = 0$ به دست آورید.

ب) به کمک قسمت الف) مقدار $\ln(0.9)$ را با خطای کم‌تر از 5×10^{-4} پیدا کنید.

تمرین ۳: الف) سری تیلور تابع $\sin x$ را حول $\frac{\pi}{4}$ حساب کنید.

ب) با استفاده از قضیه تقریب خطای تیلور نشان دهید که این سری به تابع $\sin x$ همگراست.

تمرین ۴: شعاع همگرایی و بازه همگرایی سری‌های توانی زیر را محاسبه کنید:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \ln n} \quad \text{الف)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{e^n} (x-1)^n \quad \text{ب)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n(n+1)} (x-1)^n \quad \text{پ)}$$

تمرین ۵: مجموع سری‌های زیر را به دست آورید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} \quad \text{الف)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)} \quad \text{ب)}$$

تمرین ۶: الف) برای $|x| < 1$ سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ با چه تابعی برابر است؟

ب) بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+3}}{\pi(2n+3)}$ را به دست آورید.

پ) تعیین کنید که در داخل فاصله همگرایی، سری فوق با چه تابعی برابر است؟