



۱. قرار دهید $D = \{(x, y) : x \leq y^2 \leq 3x, y \leq x^3 \leq 2y\}$ و انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\int_D \frac{x^x}{y} dx dy$$

۲. اگر M کره واحد باشد، مقدار انتگرال زیر را حساب کنید:

$$\iint_M (x^2 + 2y^2) dS$$

۳. از بین همه مکعب مستطیل‌های ممکن با قطر اصلی برابر ۳ و مساحت جانبی ۱۶ کدام یک بیشترین حجم را دارد؟

۴. می‌دانیم مساحت مثلث با اضلاع a, b, c برابر است با $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ که در آن $p = \frac{a+b+c}{2}$.

الف- مثلث با اضلاع $a = 5, b = 6, c = 7$ به گونه‌ای تغییر می‌کند که مساحت آن ثابت می‌ماند. نشان دهید برای تغییرات کوچک اضلاع، مقدار c تابعی مشتق‌پذیر از a و b است.

ب- مقدار c را با تقریب خطی برای $a = 4/99$ و $b = 6/02$ تخمین بزنید.

۵. فرض کنید رویه‌ای هموار S مرز ناحیه‌ای کران‌دار در فضای سه بعدی و \hat{N} میدان عمود یکه رو به خارج بر آن است.

نشان دهید $\iint_S \hat{N} dS$ برابر بردار صفر است. (راهنمایی: انتگرال را در یک میدان ثابت دلخواه ضرب داخلی کنید.)

۶. مقدار ماکزیمم $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ برای $\mathbf{F} = xy^2\mathbf{i} + (3z - xy^2)\mathbf{j} + (4y - x^2y)\mathbf{k}$ به ازای کدام منحنی بسته ساده C

در صفحه $x + y + z = 1$ که از بالا روی محور z خلاف جهت عقربه‌های ساعت جهت‌دار است به دست می‌آید؟

موفق باشید.