

صفحه مماس بر نمودار تابع زیر در چه نقاطی بر بردار $e_1 + e_2 - e_3$ عمود است؟ (e_i ها بردارهای استاندارد اند!)

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = e^{x+\cos y}$$

حل. با توجه به اینکه بردارهای زیر صفحه مماس بر نمودار تابع f را در نقطه متناظر $p = (x, y)^t$ تولید می کنند، تنها کافی است مواردی را بیابیم که بردارهای v_1 و v_2 بر بردار $u = e_1 + e_2 - e_3$ عمود اند.

$$v_1 = \left[\begin{array}{c} e_1 \\ \frac{\partial f}{\partial x}(p) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ e^{x+\cos y} \end{array} \right] \quad v_2 = \left[\begin{array}{c} e_2 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(p) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -\sin y \, e^{x+\cos y} \end{array} \right]$$

با توجه به عبارت های بالا داریم

$$\begin{aligned} v_1, v_2 \perp u &\Leftrightarrow e^{x+\cos y} = -\sin y \, e^{x+\cos y} = 1 \\ &\Leftrightarrow x + \cos y = 0, \quad -\sin y = 1 \\ &\Leftrightarrow y = \frac{(2k-1)\pi}{2}, \quad x = 0. \end{aligned}$$