

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \ddots & n \\ 2 & 3 & \ddots & n & 1 \\ 3 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & n & \ddots & \ddots & \ddots \\ n & 1 & \ddots & \ddots & n-1 \end{bmatrix}$$

نشان دهید با اضافه کردن عدد x به همه درایه‌های ماتریس روبرو دترمینان آن در $1 + \frac{2x}{(n+1)}$ ضرب می‌شود. (در سطر i ام ماتریس زیر اعداد ۱ تا n به ترتیب و با شروع از عدد i قرار گرفته‌اند).

فرض کنید دترمینان ماتریس حاصل از اضافه کردن عدد x به همه درایه‌های ماتریس بالا برابر $D(x)$ باشد.

$\begin{bmatrix} 1+x & 2+x & 3+x & \ddots & n+x \\ 2+x & 3+x & \ddots & n+x & 1+x \\ 3+x & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & n+x & \ddots & \ddots & \ddots \\ a & a & \ddots & \ddots & a \end{bmatrix}$	با جمع کردن همه سطرها با سطر آخر دترمینان تغییر نمی‌کند	$\begin{bmatrix} 1+x & 2+x & 3+x & \ddots & n+x \\ 2+x & 3+x & \ddots & n+x & 1+x \\ 3+x & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & n+x & \ddots & \ddots & \ddots \\ n+x & 1+x & \ddots & \ddots & n-1+x \end{bmatrix}$
---	--	---

$$a = nx + n(n+1) / 2$$

$$\begin{bmatrix} 1+x & 2+x & 3+x & \ddots & n+x \\ 2+x & 3+x & \ddots & n+x & 1+x \\ 3+x & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & n+x & \ddots & \ddots & \ddots \\ 1 & 1 & \ddots & \ddots & 1 \end{bmatrix}$$

با تقسیم کردن سطر آخر بر a دترمینان نیز بر a تقسیم می‌شود. نتیجه ماتریسی است که همه درایه‌های سطر آخر آن همگی یک اند. با کم کردن x برابر سطر آخر از بقیه سطرها دترمینان تغییری نمی‌کند. درایه‌های ماتریس حاصل دیگر به x وابسته نیستند. اگر دترمینان ماتریس حاصل C باشد خواهیم داشت

$$D(x) = aC = \left[nx + \frac{n(n+1)}{2} \right] C$$

با توجه به مطالب بالا داریم

$$\frac{D(x)}{D(0)} = \left[nx + \frac{n(n+1)}{2} \right] / \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = \frac{2x}{n+1} + 1$$