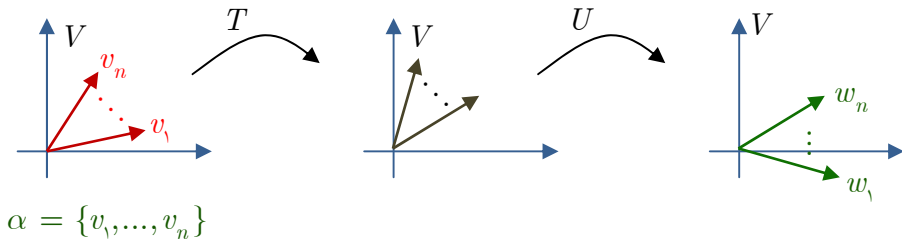
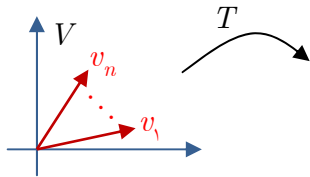


$$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$$

$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$

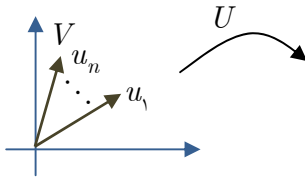


$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$

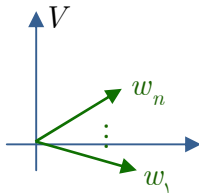


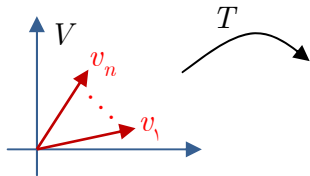
$$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$$

$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$



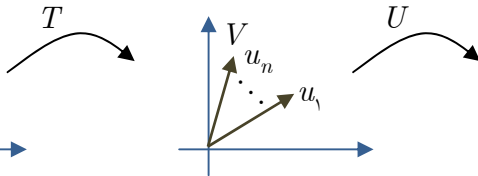
$$\beta = \{T(v_1), \dots, T(v_n)\}$$





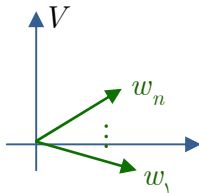
$$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$$

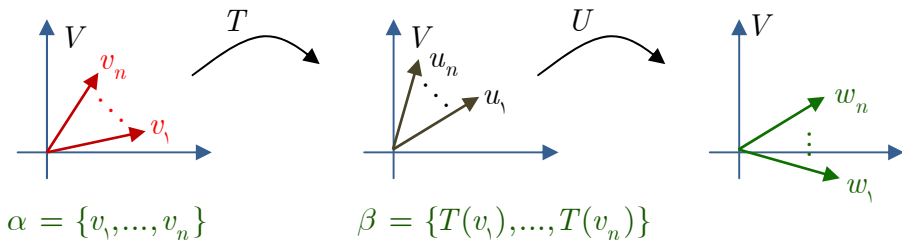
$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$



$$\beta = \{T(v_1), \dots, T(v_n)\}$$

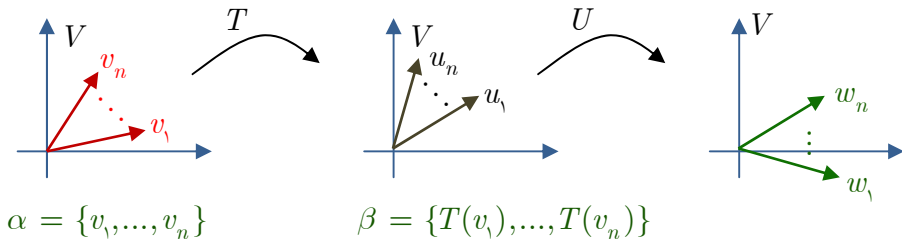
$$\det UT = \frac{S(U(\beta))}{S(\alpha)}$$





$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$

$$\det UT = \frac{S(U(\beta))}{S(\alpha)} = \frac{S(U(\beta))}{S(\beta)} \frac{S(\beta)}{S(\alpha)}$$

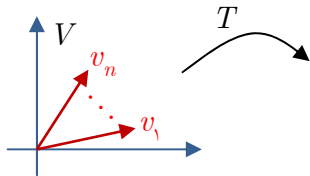


$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$

$$\det UT = \frac{S(U(\beta))}{S(\alpha)} = \frac{\boxed{S(U(\beta))}}{\boxed{S(\beta)}} \frac{\boxed{S(\beta)}}{\boxed{S(\alpha)}}$$

↓
↓

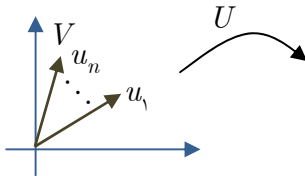
$\det U$
 $\det T$



$$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$$

$$\det T = \frac{S(T(\alpha))}{S(\alpha)}$$

$$\det UT = \det U \cdot \det T$$



$$\beta = \{T(v_1), \dots, T(v_n)\}$$

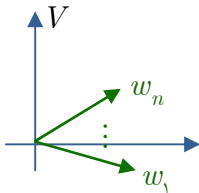
$$\det UT = \frac{S(U(\beta))}{S(\alpha)} = \frac{\boxed{S(U(\beta))}}{\boxed{S(\beta)}} \frac{\boxed{S(\beta)}}{\boxed{S(\alpha)}}$$

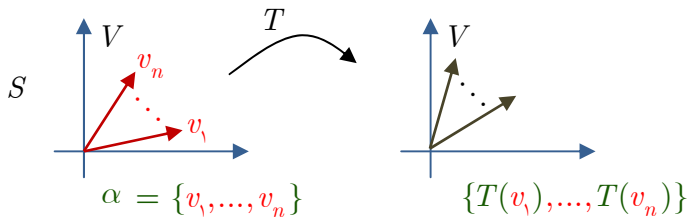
↓

$\det U$

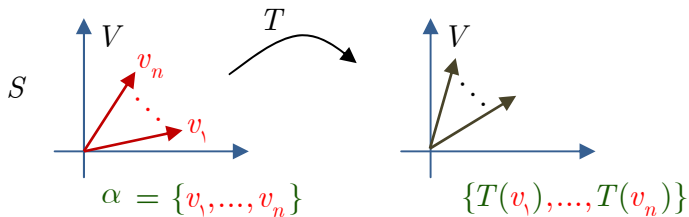
↓

$\det T$





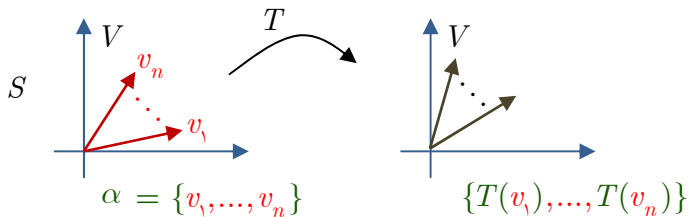
$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)}$$



$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)}$$

$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots + a_1^n v_n \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$T(v_n) = a_n^1 v_1 + a_n^2 v_2 + \dots + a_n^n v_n$$



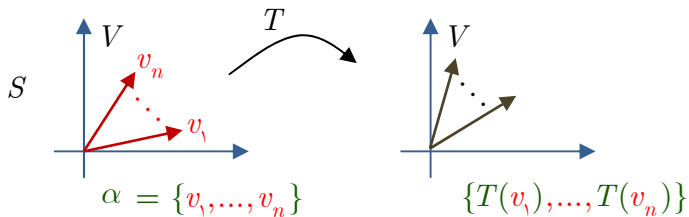
$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)}$$

$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots + a_1^n v_n \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$T(v_n) = a_n^1 v_1 + a_n^2 v_2 + \dots + a_n^n v_n$$

$$S(T(\alpha))$$

$$= \left(\sum_{\sigma \in S_n} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \right) S(\alpha)$$



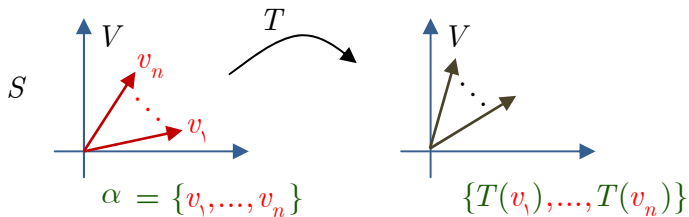
$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)} = \sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon_{\sigma} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)}$$

$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots + a_1^n v_n \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$T(v_n) = a_n^1 v_1 + a_n^2 v_2 + \dots + a_n^n v_n$$

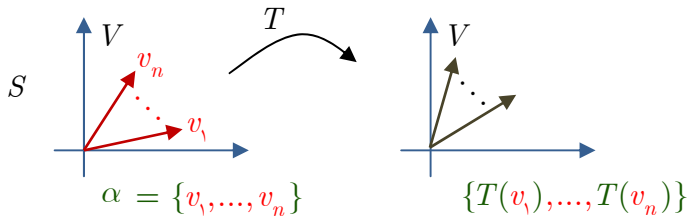
$$S(T(\alpha))$$

$$= \left(\sum_{\sigma \in S_n} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \right) S(\alpha)$$



$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)} = \sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon_{\sigma} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \quad [T]_{\alpha}^{\alpha} = [a_j^i]$$

$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots + a_1^n v_n \\ &\vdots \\ T(v_n) &= a_n^1 v_1 + a_n^2 v_2 + \dots + a_n^n v_n \end{aligned} \quad \begin{aligned} S(T(\alpha)) \\ &= \left(\sum_{\sigma \in S_n} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \right) S(\alpha) \end{aligned}$$



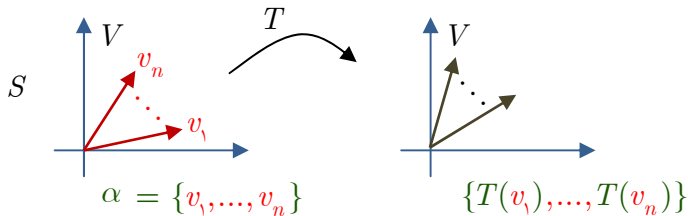
$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)} = \sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon_{\sigma} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \quad [T]_{\alpha}^{\alpha} = [a_j^i]$$

$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 v_1 + a_1^2 v_2 + \dots + a_1^n v_n \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$T(v_n) = a_n^1 v_1 + a_n^2 v_2 + \dots + a_n^n v_n$$

$$S(T(\alpha))$$

$$= \left(\sum_{\sigma \in S_n} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \right) S(\alpha)$$



$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)} = \sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon_{\sigma} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \quad [T]_{\beta}^{\alpha} = [a_j^i]$$

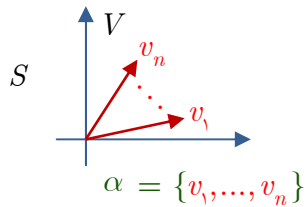
$$\begin{aligned} T(v_1) &= a_1^1 u_1 + a_1^2 u_2 + \dots + a_1^n u_n \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$T(v_n) = a_n^1 u_1 + a_n^2 u_2 + \dots + a_n^n u_n$$

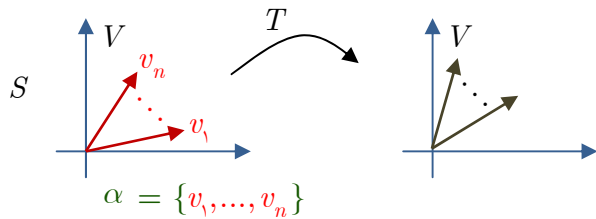
$$S(T(\alpha))$$

$$= \left(\sum_{\sigma \in S_n} a_1^{\sigma(1)} \dots a_n^{\sigma(n)} \right) S(\beta)$$

$$A = [a_{ij}]$$

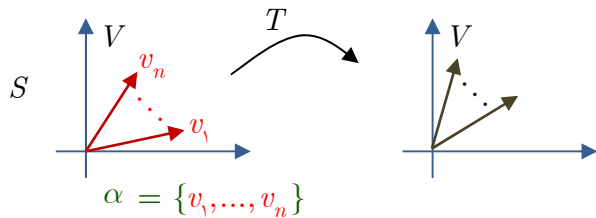


$$A = [a_{ij}]$$



$$A = [a_{ij}]$$

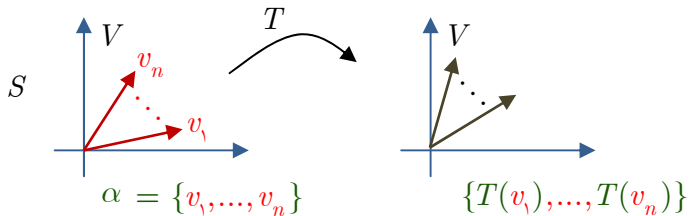
$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$



$$A = [a_{ij}]$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$\det A = \det T$$

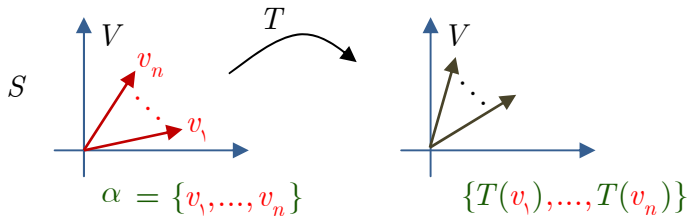


$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)}$$

$$A = [a_{ij}]$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$\det A = \det T$$



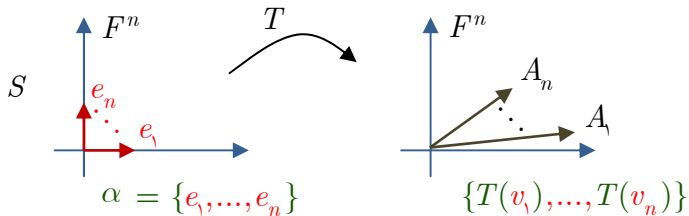
$$A = [a_{ij}]$$

$$\det T = \frac{S(T(v_1), \dots, T(v_n))}{S(v_1, \dots, v_n)}$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$\det A = \det T$$



$$\det T = \frac{S(T(e_1), \dots, T(e_n))}{S(e_1, \dots, e_n)}$$

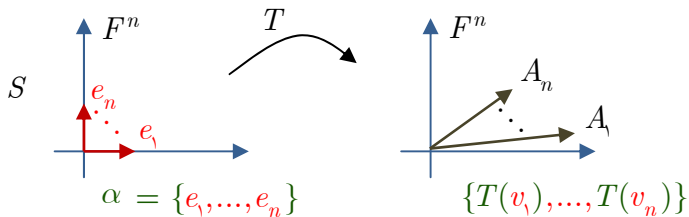
$$A = [a_{ij}]$$

$$T : F^n \rightarrow F^n$$

$$T(X) = AX$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$\det A = \det T$$



$$\det T = \frac{S(T(e_1), \dots, T(e_n))}{S(e_1, \dots, e_n)}$$

↓

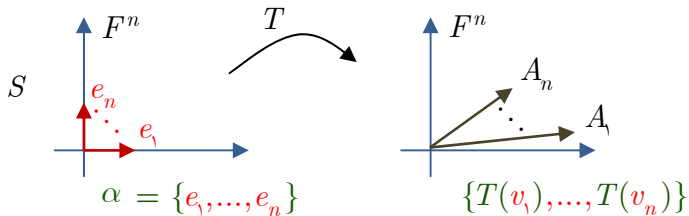
$$A = [a_{ij}]$$

$$T : F^n \rightarrow F^n$$

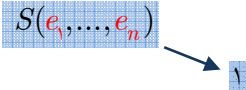
$$T(X) = AX$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$\det A = \det T$$



$$\det T = \frac{S(T(e_1), \dots, T(e_n))}{S(e_1, \dots, e_n)}$$



$$A = [a_{ij}]$$

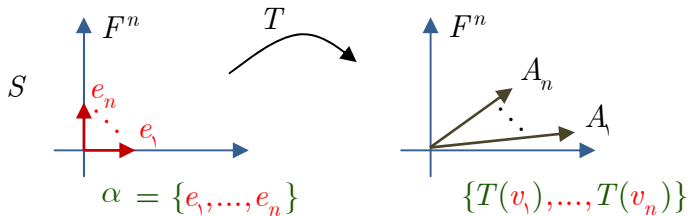
$$T : F^n \rightarrow F^n$$

$$T(X) = AX$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$A = [A_1 \mid \dots \mid A_n]$$

$$\det A = \det T$$



$$\det T = \frac{S(T(e_1), \dots, T(e_n))}{S(e_1, \dots, e_n)} = S(A_1, \dots, A_n)$$

↓

$$A = [a_{ij}]$$

$$T : F^n \rightarrow F^n$$

$$T(X) = AX$$

$$[T]_{\alpha}^{\alpha} = A$$

$$A = [A_1 \mid \dots \mid A_n]$$

$$\det A = \det T$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$1. \det T = \det [T]_{\alpha}^{\alpha}$$

$$1.1 \text{ اگر } A = [a_{ij}] \text{ آنگاه}$$

$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$2. S \text{ حجم استاندارد } F^n \text{ و } A = [A_1 | \dots | A_n], \text{ آنگاه}$$

$$\det A = S(A_1, \dots, A_n)$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det[\cdots \mid A_i + rA_i' \mid \cdots] = \det[\cdots \mid A_i \mid \cdots] + r \det[\cdots \mid A_i' \mid \cdots]$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det[\cdots | A_i + rA_i' | \cdots] = \det[\cdots | A_i | \cdots] + r \det[\cdots | A_i' | \cdots]$$

$$\det[\cdots | A_i | \cdots | A_i | \cdots] = 0$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det[\cdots | A_i + rA'_i | \cdots] = \det[\cdots | A_i | \cdots] + r \det[\cdots | A'_i | \cdots]$$

$$\det[\cdots | A_i | \cdots | A_i | \cdots] = 0$$

$$\det[\cdots | A_j | \cdots | A_i | \cdots] = -\det[\cdots | A_i | \cdots | A_j | \cdots]$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det[\cdots \mid A_i + rA'_i \mid \cdots] = \det[\cdots \mid A_i \mid \cdots] + r \det[\cdots \mid A'_i \mid \cdots]$$

$$\det[\cdots \mid A_i \mid \cdots \mid A_i \mid \cdots] = 0$$

$$\det[\cdots \mid A_j \mid \cdots \mid A_i \mid \cdots] = -\det[\cdots \mid A_i \mid \cdots \mid A_j \mid \cdots]$$

$$\det[\cdots \mid A_i \mid \cdots \mid A_j + rA_i \mid \cdots] = \det[\cdots \mid A_i \mid \cdots \mid A_j \mid \cdots]$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det A \neq 0 \iff A \text{ وارون پذیر است}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

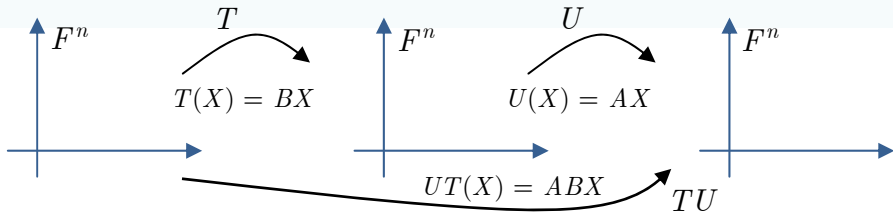
$\det A \neq 0 \iff A$ وارون پذیر است

$$\det AB = \det A \cdot \det B$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$\det A \neq 0 \Leftrightarrow A$ وارون‌پذیر است

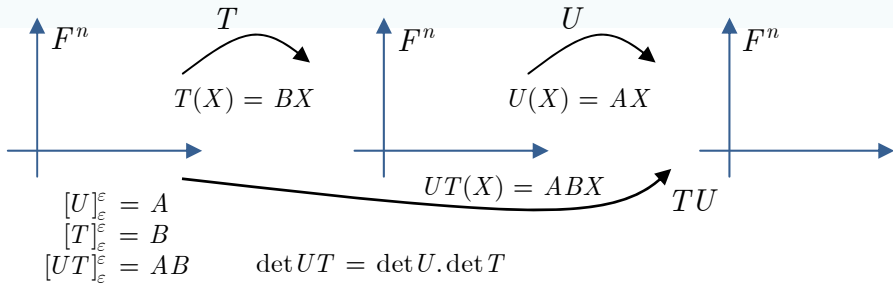
$$\det AB = \det A \cdot \det B$$



ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$\det A \neq 0 \Leftrightarrow A$ وارون‌پذیر است

$$\det AB = \det A \cdot \det B$$



ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$\det A \neq 0 \iff A$ وارون‌پذیر است

$$\det AB = \det A \cdot \det B$$

$$\det A^t = \det A$$

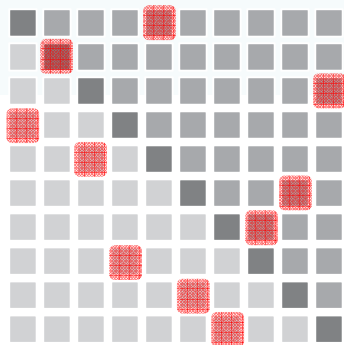
ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$\det A \neq 0 \Leftrightarrow A$ وارون‌پذیر است

$$\det AB = \det A \cdot \det B$$

$$\det A^t = \det A$$

$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \cdots a_{\sigma(n)n}$$



ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i + r\nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} + r \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i + r\nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} + r \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix} = -\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j + r\nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i + r\nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} + r \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = -\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix},$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \nu_i & \nu_j & \nu_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \nu_i + r\nu_j & \nu_j & \nu_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \nu_i & \nu_j & \nu_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \nu_i & \nu_j & \nu_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i + r\nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} + r \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu'_i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = 0, \quad \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = -\det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \\ \nu_j + r\nu_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vdots \\ \nu_j \\ \vdots \\ \nu_i \\ \vdots \end{bmatrix}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

یکتایی دترمینان

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

یکتایی دترمینان

$$D : M_{n \times n}(F) \rightarrow F$$

الف) D نسبت به هر ستون خطی است.

ب) اگر دو ستون ماتریس A برابر باشند آنگاه $D(A) = 0$.

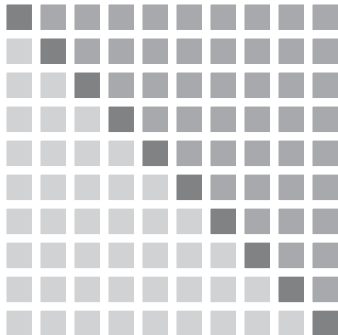
ج) مقدار این تابع روی ماتریس همانی برابر یک است.

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی

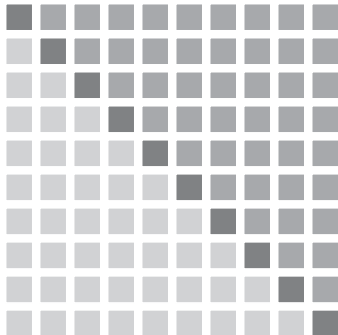
ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

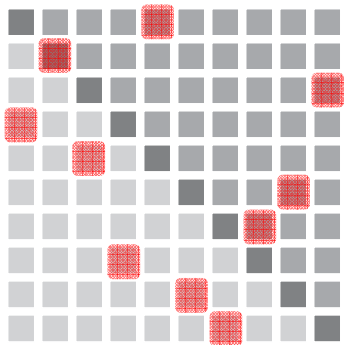
دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

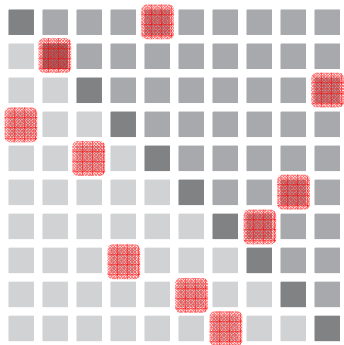
دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی

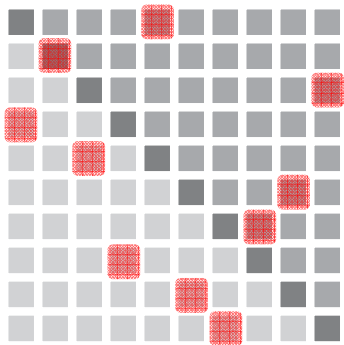


$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$\sigma(1) = 1$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



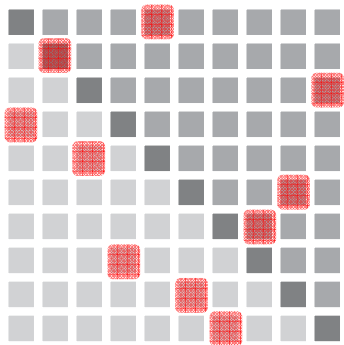
$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(2) = 1, 2$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



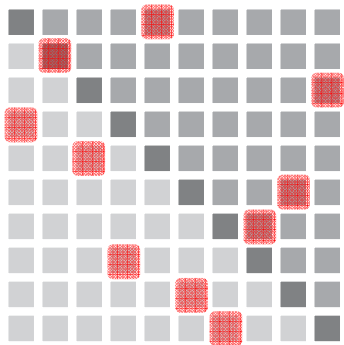
$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(2) = 1, 2 \quad \sigma(2) = 2$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

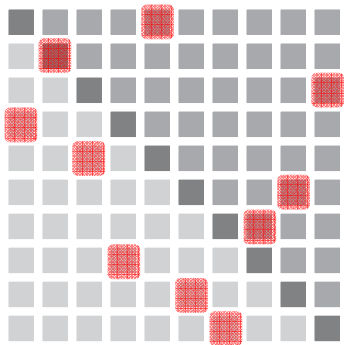
$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(2) = 1, 2 \quad \sigma(2) = 2$$

$$\sigma(3) = 1, 2, 3$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

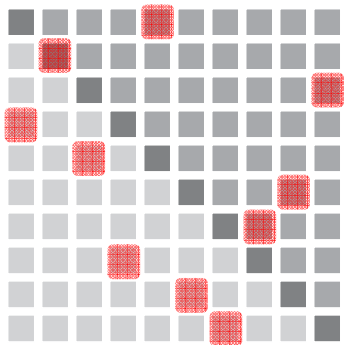
$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(2) = 1, 2 \quad \sigma(2) = 2$$

$$\sigma(3) = 1, 2, 3 \quad \sigma(3) = 3$$

ویژگی‌های دترمینان ماتریس‌ها

دترمینان ماتریس‌های بالا مثلثی و پایین مثلثی = حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی



$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} \varepsilon_{\sigma} a_{\sigma(1)1} \dots a_{\sigma(n)n}$$

$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(2) = 1, 2 \quad \sigma(2) = 2$$

$$\sigma(3) = 1, 2, 3 \quad \sigma(3) = 3$$

$$\vdots$$

$$\sigma(n) = n$$

روش عملی برای محاسبه دترمینان

ساده کردن یک ماتریس به کمک اعمال مقدماتی روی سطرها (یا ستون‌ها)

روش عملی برای محاسبه دترمینان

ساده کردن یک ماتریس به کمک اعمال مقدماتی روی سطرها (یا ستون‌ها)

۱. جابجا کردن دو سطر. $\det A_i = -\det A$

۲. ضرب کردن یک سطر در عدد ناصفر r . $\det A_r = r \det A$

۳. جمع کردن مضربی از یک سطر با سطر دیگر. $\det A_{r+s} = \det A$

