

$$\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} : a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad r \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra_1 \\ \vdots \\ ra_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} : a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\}$$
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$
$$r \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra_1 \\ \vdots \\ ra_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} : a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad r \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra_1 \\ \vdots \\ ra_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} : a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad r \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra_1 \\ \vdots \\ ra_n \end{bmatrix}$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, e_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} : a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \right\} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad r \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra_1 \\ \vdots \\ ra_n \end{bmatrix}$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, e_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + a_n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

پایه استاندارد $\mathbb{R}^n$ پایه‌ای ویژه است. (ε_n)

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n \quad \longleftrightarrow \quad [v]_{\alpha} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \in F^n$$

V یک پایه برای فضای برداری $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n \quad \leftrightarrow \quad [v]_\alpha = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n \quad \leftrightarrow \quad [v]_\alpha = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$[v]_\alpha$ را نمایش برد v در پایه α می‌نامیم.

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n \quad \leftrightarrow \quad [v]_\alpha = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$[v]_\alpha$ را *نمایش بردار v در پایه α* می‌نامیم.

با عوض شدن پایه α نمایش بردار v نیز عوض می‌شود.

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n \quad \leftrightarrow \quad [v]_\alpha = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$[v]_\alpha$ را *نمایش بردار v در پایه α* می‌نامیم.

با عوض شدن پایه α نمایش بردار v نیز عوض می‌شود.

برای هر $X \in \mathbb{R}^n$ داریم

$$[X]_{\varepsilon_n} = X$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v + rv' = (t_1 + rt'_1)v_1 + \cdots + (t_n + rt'_n)v_n$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v + rv' = (t_1 + rt'_1)v_1 + \cdots + (t_n + rt'_n)v_n$$

$$[v + rv']_{\alpha} = \begin{bmatrix} t_1 + rt'_1 \\ \vdots \\ t_n + rt'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} t'_1 \\ \vdots \\ t'_n \end{bmatrix} = [v]_{\alpha} + r[v']_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v + rv' = (t_1 + rt'_1)v_1 + \cdots + (t_n + rt'_n)v_n$$

$$[v + rv']_{\alpha} = \begin{bmatrix} t_1 + rt'_1 \\ \vdots \\ t_n + rt'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} t'_1 \\ \vdots \\ t'_n \end{bmatrix} = [v]_{\alpha} + r[v']_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v + rv' = (t_1 + rt'_1)v_1 + \cdots + (t_n + rt'_n)v_n$$

$$[v + rv']_{\alpha} = \begin{bmatrix} t_1 + rt'_1 \\ \vdots \\ t_n + rt'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} t'_1 \\ \vdots \\ t'_n \end{bmatrix} = [v]_{\alpha} + r[v']_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \cdots + t_n v_n, \quad v' = t'_1 v_1 + \cdots + t'_n v_n$$

$$v + rv' = (t_1 + rt'_1)v_1 + \cdots + (t_n + rt'_n)v_n$$

$$[v + rv']_{\alpha} = \begin{bmatrix} t_1 + rt'_1 \\ \vdots \\ t_n + rt'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} t'_1 \\ \vdots \\ t'_n \end{bmatrix} = [v]_{\alpha} + r[v']_{\alpha}$$

نگاشت $v \mapsto [v]_{\alpha}$ یکسانی V با $\mathbb{R}^n$ است که پایه α را به پایه استاندارد $\mathbb{R}^n$ می‌نگارد

مختصات یک نگاشت خطی

$T : V \rightarrow W$ یک نگاشت خطی و $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای V

مختصات یک نگاشت خطی

$T : V \rightarrow W$ یک نگاشت خطی و $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای V

$$T \quad \Leftrightarrow \quad T(v_1), \dots, T(v_n)$$

مختصات یک نگاشت خطی

$T : V \rightarrow W$ یک نگاشت خطی و $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای V

$$T \quad \Leftrightarrow \quad T(v_1), \dots, T(v_n)$$

β یک پایه W

$$T(v_1), \dots, T(v_n) \quad \Leftrightarrow \quad [T(v_1)]_\beta, \dots, [T(v_n)]_\beta$$

مختصات یک نگاشت خطی

$T : V \rightarrow W$ یک نگاشت خطی و $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای V

$$T \quad \Leftrightarrow \quad T(v_1), \dots, T(v_n)$$

β یک پایه W

$$T(v_1), \dots, T(v_n) \quad \Leftrightarrow \quad [T(v_1)]_\beta, \dots, [T(v_n)]_\beta$$

به این آرایه دو بعدی از اعداد در $\mathbb{R}$ نمایش نگاشت خطی T در پایه‌های α و β می‌گوییم. $[T]_\beta^\alpha$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$[T]_{\beta}^{\alpha} = \left[[T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [T(v_n)]_{\beta} \right] = \begin{bmatrix} b_1^1 & \cdots & b_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & \cdots & b_n^m \end{bmatrix}$$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$[T]_{\beta}^{\alpha} = \left[[T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [T(v_n)]_{\beta} \right] = \begin{pmatrix} b_1^1 & \cdots & b_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & \cdots & b_n^m \end{pmatrix}$$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$[T]_{\beta}^{\alpha} = \left[[T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [T(v_n)]_{\beta} \right] = \begin{pmatrix} b_1^1 & \cdots & b_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & \cdots & b_n^m \end{pmatrix}$$

ماتریس

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A_{ij} = (A)_{ij} = a_{ij}$$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$[T]_{\beta}^{\alpha} = \left[[T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [T(v_n)]_{\beta} \right] = \begin{pmatrix} b_1^1 & \cdots & b_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & \cdots & b_n^m \end{pmatrix}$$

ماتریس $m \times n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad : \quad (A)_{ij} = a_{ij}$$

$$T(v_j) = b_j^1 w_1 + \cdots + b_j^m w_m$$

$$[T]_{\beta}^{\alpha} = \left[[T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [T(v_n)]_{\beta} \right] = \begin{pmatrix} b_1^1 & \cdots & b_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & \cdots & b_n^m \end{pmatrix}$$

ماتریس $m \times n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad : \quad A_{ij} = (A)_{ij} = a_{ij}$$

نمایش نگاشت صفر

$$[\circ]_{\beta}^{\alpha} = [[\circ(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [\circ(v_n)]_{\beta}] = \begin{bmatrix} \circ & \cdots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \circ & \cdots & \circ \end{bmatrix}$$

• ماتریس صفر

نمایش نگاشت همانی

$\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک پایه برای V

$$I_V(v_i) = v_i = \circ v_1 + \dots + \imath v_i + \dots + \circ v_n$$

نمایش نگاشت همانی

V یک پایه برای $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$

$$I_V(v_i) = v_i = \circ v_1 + \dots + \imath v_i + \dots + \circ v_n$$

$$[I_V]_{\alpha}^{\alpha} = \left[[I_V(v_1)]_{\alpha} \mid \dots \mid [I_V(v_n)]_{\alpha} \right] = \begin{bmatrix} \imath & \cdots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \circ & \cdots & \imath \end{bmatrix}$$

نمایش نگاشت همانی

V یک پایه برای $\alpha = \{v_1, \dots, v_n\}$

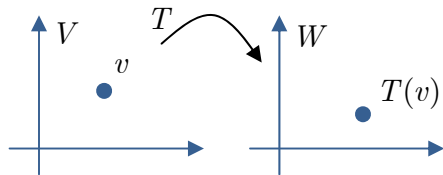
$$I_V(v_i) = v_i = \circ v_1 + \dots + \mathbf{1} v_i + \dots + \circ v_n$$

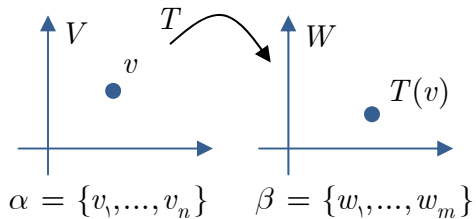
$$[I_V]_{\alpha}^{\alpha} = \left[[I_V(v_1)]_{\alpha} \mid \dots \mid [I_V(v_n)]_{\alpha} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \dots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \circ & \dots & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

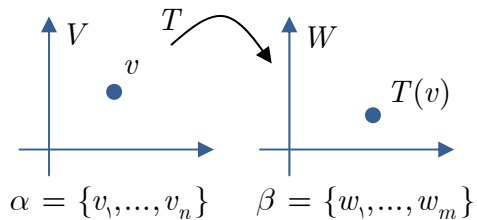
$$(I)_{ij} = (I_n)_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1} & i = j \\ \circ & i \neq j \end{cases}$$

ماتریس همانی

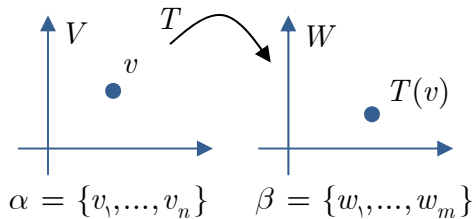
- با مشخص بودن پایه‌های α و β
نگاشت‌های خطی $\leftrightarrow$ ماتریس‌های $m \times n$
- با عوض شدن پایه‌های α و β نمایش نگاشت خطی T نیز عوض می‌شود.





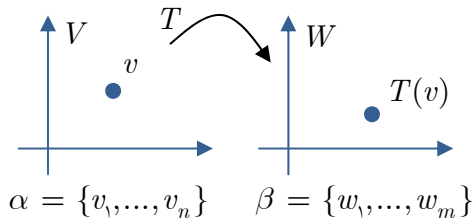


$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$



$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

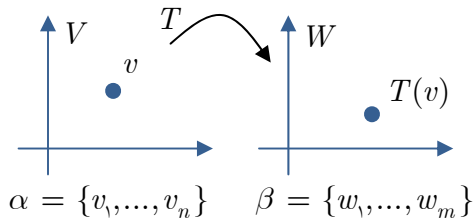
$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$



$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

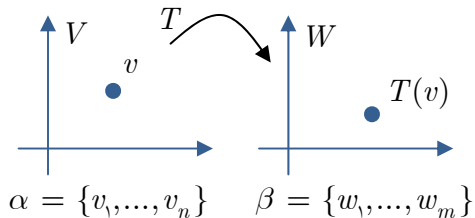
$$[T(v)]_{\beta} = [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_{\beta}$$



$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

$$\begin{aligned} [T(v)]_{\beta} &= [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_{\beta} \\ &= t_1 [T(v_1)]_{\beta} + \dots + t_n [T(v_n)]_{\beta} \end{aligned}$$



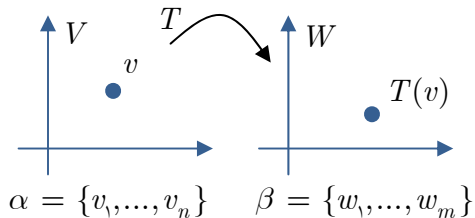
$$[v]_{\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

$$\begin{aligned} [T(v)]_{\beta} &= [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_{\beta} \\ &= t_1 [T(v_1)]_{\beta} + \dots + t_n [T(v_n)]_{\beta} \end{aligned}$$



$$[T]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[v]_{\alpha}$$

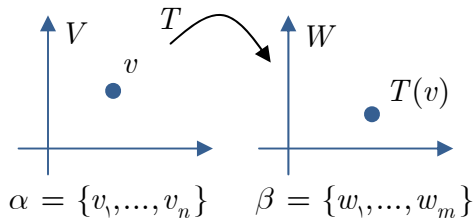
$$\begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

$$[T(v_1)]_{\beta} \quad [T(v_n)]_{\beta}$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

$$\begin{aligned} [T(v)]_{\beta} &= [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_{\beta} \\ &= t_1 [T(v_1)]_{\beta} + \dots + t_n [T(v_n)]_{\beta} \end{aligned}$$

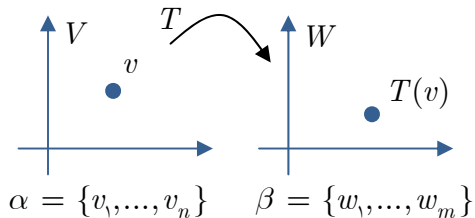


$$[T(v)]_\beta : [T]_\beta^\alpha \quad [v]_\alpha$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

$$\begin{aligned} [T(v)]_\beta &= [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_\beta \\ &= t_1 [T(v_1)]_\beta + \dots + t_n [T(v_n)]_\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} [T]_\beta^\alpha & & [v]_\alpha \\ \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{array} \right] & & \left[\begin{array}{c} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{array} \right] \\ [T(v_1)]_\beta & & [T(v_n)]_\beta \end{array}$$



$$[T(v)]_\beta : [T]_\beta^\alpha \quad [v]_\alpha$$

$$v = t_1 v_1 + \dots + t_n v_n$$

$$\begin{aligned} [T(v)]_\beta &= [t_1 T(v_1) + \dots + t_n T(v_n)]_\beta \\ &= t_1 [T(v_1)]_\beta + \dots + t_n [T(v_n)]_\beta \end{aligned}$$

$$[T]_\beta^\alpha \quad [v]_\alpha$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} [T(v_1)]_\beta & [T(v_n)]_\beta \\ A_1 & A_n \end{matrix}$$

$$[T(v)]_\beta = t_1 A_1 + \dots + t_n A_n$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$AB = b_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix} + \cdots + b_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{nn} \end{bmatrix}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$A_1 \qquad A_n$

$$AB = b_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix} + \cdots + b_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{nn} \end{bmatrix}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A_1 \quad A_n$$

$$AB = b_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix} + \cdots + b_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{nn} \end{bmatrix} = b_1 A_1 + \cdots + b_n A_n$$

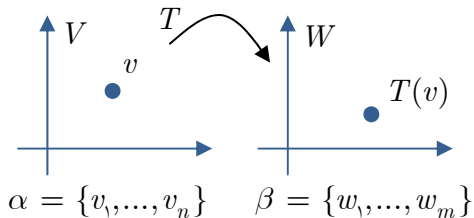
اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$A_1 \qquad A_n$

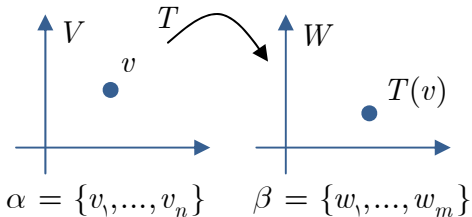
$$AB = \begin{bmatrix} \vdots \\ a_{i1}b_1 + \cdots + a_{in}b_n \\ \vdots \end{bmatrix} \rightarrow \text{درایه } i\text{ام}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی



$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

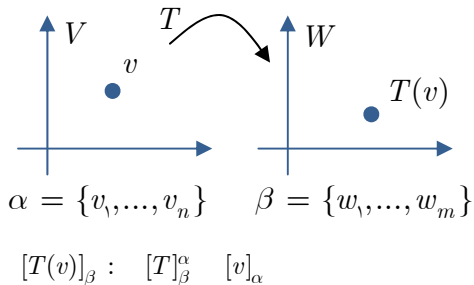
اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی



$$[T(v)]_{\beta} = [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

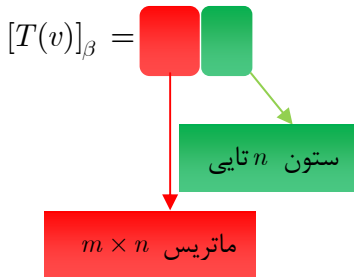
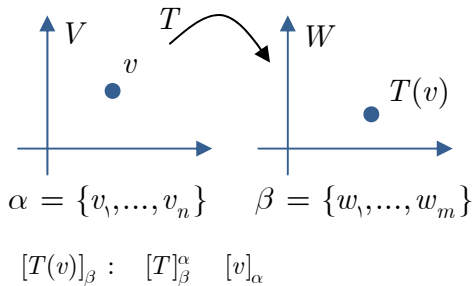
$$[T(v)]_{\beta} : [T]_{\beta}^{\alpha} [v]_{\alpha}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی

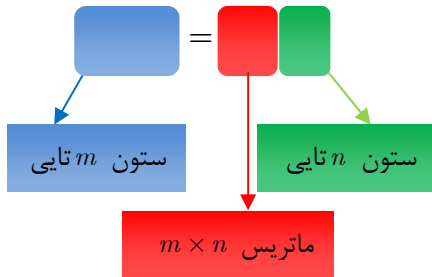
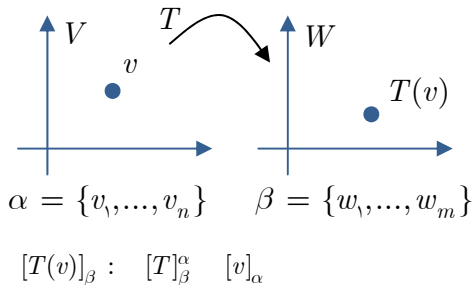


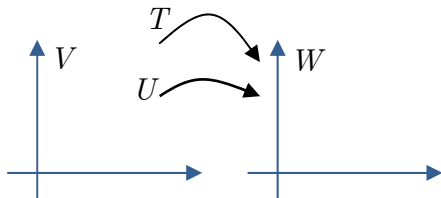
$$[T(v)]_\beta = [T]_\beta^\alpha \quad \boxed{\text{ستون } n \text{ تایی}}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی



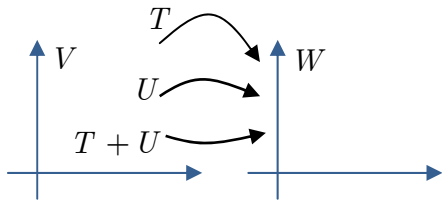
اثر (یا ضرب) یک ماتریس $m \times n$ روی یک ستون n تایی





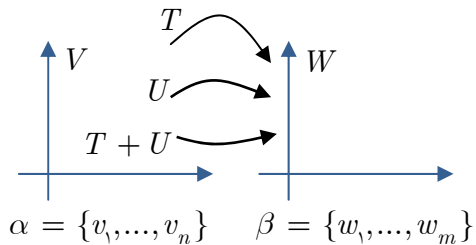
نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$

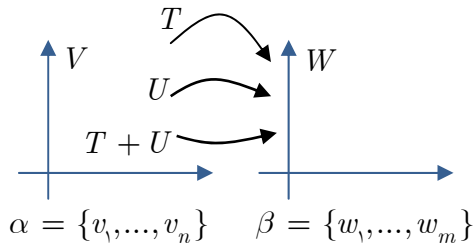


نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

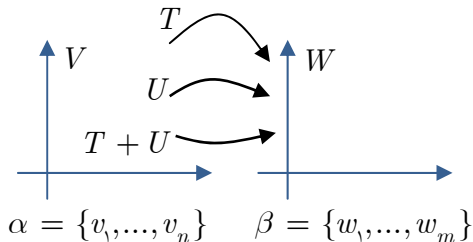
$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} : [T]_{\beta}^{\alpha} \quad [U]_{\beta}^{\alpha}$$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$

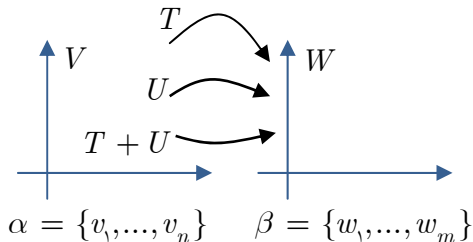


$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} : \quad [T]_{\beta}^{\alpha} \quad [U]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[(T + U)(v_i)]_{\beta} = [T(v_i)]_{\beta} + [U(v_i)]_{\beta}$$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



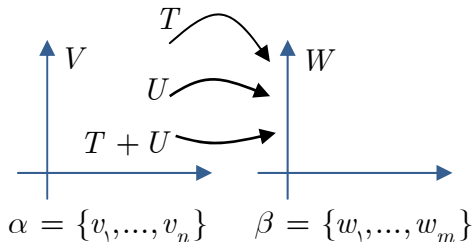
$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} : [T]_{\beta}^{\alpha} \quad [U]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[(T + U)(v_i)]_{\beta} = [T(v_i)]_{\beta} + [U(v_i)]_{\beta}$$

ستون i ام $[U]_{\beta}^{\alpha}$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} : [T]_{\beta}^{\alpha} \quad [U]_{\beta}^{\alpha}$$

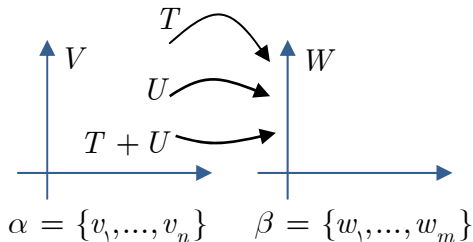
$$[(T + U)(v_i)]_{\beta} = [T(v_i)]_{\beta} + [U(v_i)]_{\beta}$$

ستون i ام $[T]_{\beta}^{\alpha}$

ستون i ام $[U]_{\beta}^{\alpha}$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} : [T]_{\beta}^{\alpha} \quad [U]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[(T + U)(v_i)]_{\beta} = [T(v_i)]_{\beta} + [U(v_i)]_{\beta}$$

ستون i ام $[T + U]_{\beta}^{\alpha}$

ستون i ام $[T]_{\beta}^{\alpha}$

ستون i ام $[U]_{\beta}^{\alpha}$

جمع دو ماتریس $m \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

جمع دو ماتریس $m \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

جمع دو ماتریس $m \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

جمع دو ماتریس $m \times n$

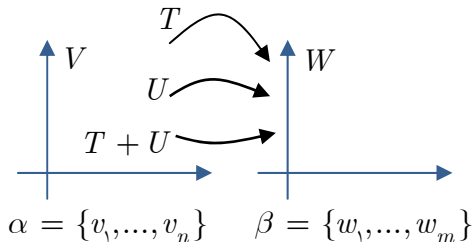
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$(A + B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij}$$

نمایش ماتریسی جمع دو نگاشت خطی

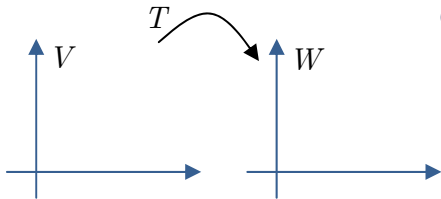
$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[T + U]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\beta}^{\alpha} + [U]_{\beta}^{\alpha}$$

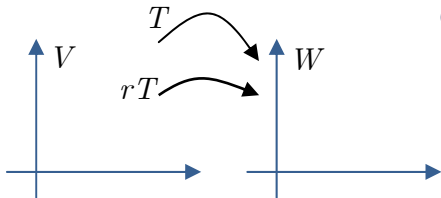
نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T : V \rightarrow W$$



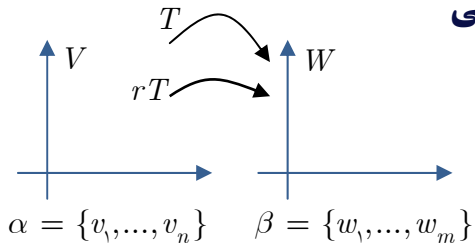
نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



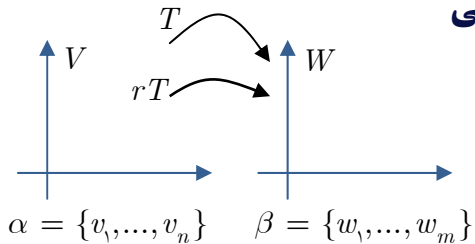
نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

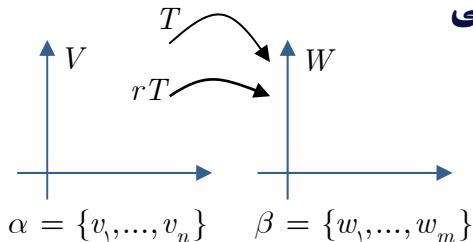
$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[rT]_{\beta}^{\alpha} : r \quad [T]_{\beta}^{\alpha}$$

نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$

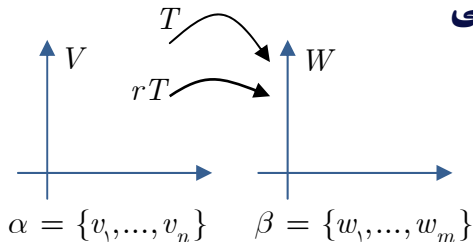


$$[rT]_{\beta}^{\alpha} : r \quad [T]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[(rT)(v_i)]_{\beta} = [rT(v_i)]_{\beta} = r[T(v_i)]_{\beta}$$

نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



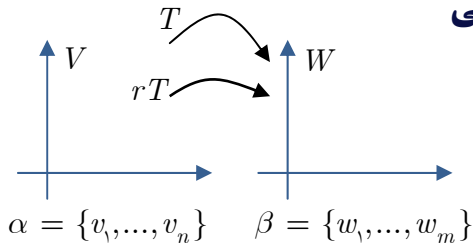
$$[rT]_{\beta}^{\alpha} : r \quad [T]_{\beta}^{\alpha}$$

$$[(rT)(v_i)]_{\beta} = [rT(v_i)]_{\beta} = r$$

ستون i ام $[T]_{\beta}^{\alpha}$

نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$



$$[rT]_{\beta}^{\alpha} : r \quad [T]_{\beta}^{\alpha}$$



$$= [rT(v_i)]_{\beta} = r$$



ستون i ام $[rT]_{\beta}^{\alpha}$

ستون i ام $[T]_{\beta}^{\alpha}$

r برابر یک ماتریس

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

r برابر یک ماتریس

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad rA = \begin{bmatrix} ra_{11} & \cdots & ra_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ra_{m1} & \cdots & ra_{mn} \end{bmatrix}$$

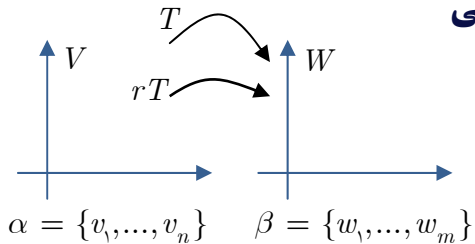
r برابر یک ماتریس

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad rA = \begin{bmatrix} ra_{11} & \cdots & ra_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ra_{m1} & \cdots & ra_{mn} \end{bmatrix}$$

$$(rA)_{ij} = r(A)_{ij}$$

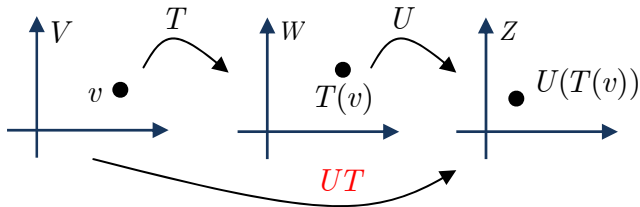
نمایش ماتریسی r برابر یک نگاشت خطی

$$T, U : V \rightarrow W$$

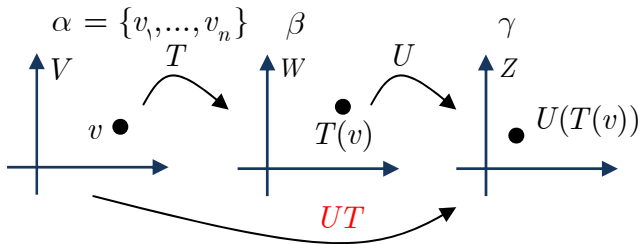


$$[rT]_{\beta}^{\alpha} = r[T]_{\beta}^{\alpha}$$

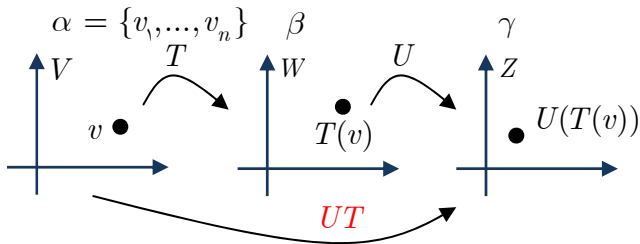
نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی

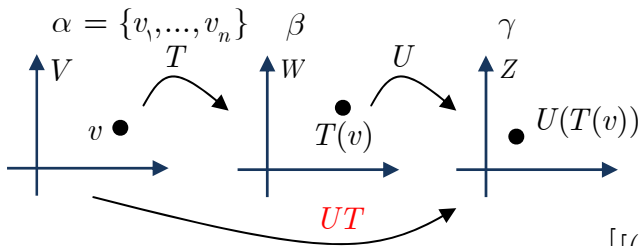


نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} : [U]_{\gamma}^{\beta} [T]_{\beta}^{\alpha}$$

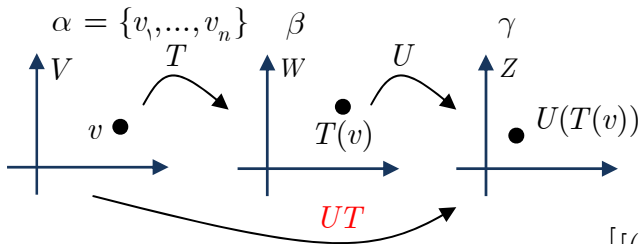
نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} = \left[[(UT)(v_1)]_{\gamma} \mid \cdots \mid [(UT)(v_n)]_{\gamma} \right]$$

$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} : [U]_{\gamma}^{\beta} [T]_{\beta}^{\alpha}$$

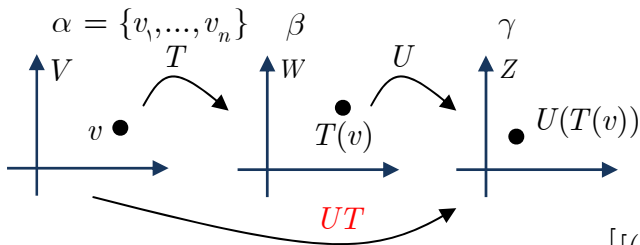
نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} : [U]_{\gamma}^{\beta} [T]_{\beta}^{\alpha}$$

$$\begin{aligned} & [UT]_{\gamma}^{\alpha} \\ &= \left[[(UT)(v_1)]_{\gamma} \mid \cdots \mid [(UT)(v_n)]_{\gamma} \right] \\ &= \left[[U(T(v_1))]_{\gamma} \mid \cdots \mid [U(T(v_n))]_{\gamma} \right] \end{aligned}$$

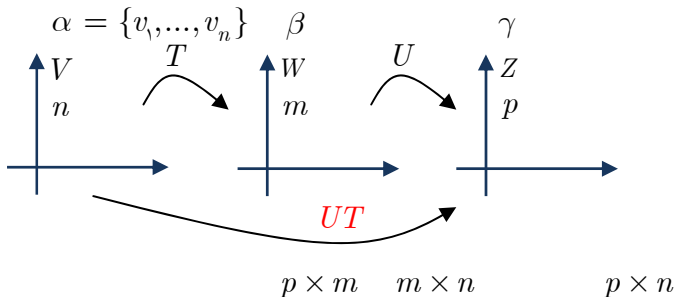
نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} : [U]_{\gamma}^{\beta} [T]_{\beta}^{\alpha}$$

$$\begin{aligned} & [UT]_{\gamma}^{\alpha} \\ &= \left[[(UT)(v_1)]_{\gamma} \mid \cdots \mid [(UT)(v_n)]_{\gamma} \right] \\ &= \left[[U(T(v_1))]_{\gamma} \mid \cdots \mid [U(T(v_n))]_{\gamma} \right] \\ &= \left[[U]_{\gamma}^{\beta} [T(v_1)]_{\beta} \mid \cdots \mid [U]_{\gamma}^{\beta} [T(v_n)]_{\beta} \right] \end{aligned}$$

نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} : \text{blue box} \text{ red box} \longrightarrow \text{green box}$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $p \times m$ روی یک ماتریس $m \times n$

$$M = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pm} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$p \times m$ $m \times n$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $p \times m$ روی یک ماتریس $m \times n$

$$M = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pm} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$N_1 \qquad N_n$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $p \times m$ روی یک ماتریس $m \times n$

$$M = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pm} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

N_1
 N_n

$$MN = [MN_1 \mid \cdots \mid MN_n]$$

اثر (یا ضرب) یک ماتریس $p \times m$ روی یک ماتریس $m \times n$

$$M = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pm} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

N_1
 N_n

$$MN = [MN_1 \mid \cdots \mid MN_n]$$

$$\begin{aligned} (MN)_{ij} &= b_{i1}a_{1j} + \cdots + b_{im}a_{mj} \\ &= (M)_{i1}(N)_{1j} + \cdots + (M)_{im}(N)_{mj} \end{aligned}$$

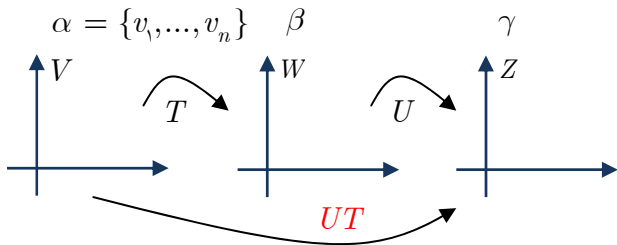
اثر (یا ضرب) یک ماتریس $p \times m$ روی یک ماتریس $m \times n$

$$\begin{array}{ccc}
 M = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pm} \end{bmatrix} & N = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & MN \\
 p \times m & m \times n & p \times n
 \end{array}$$

$$MN = [MN_1 \mid \cdots \mid MN_n]$$

$$\begin{aligned}
 (MN)_{ij} &= b_{i1}a_{1j} + \cdots + b_{im}a_{mj} \\
 &= (M)_{i1}(N)_{1j} + \cdots + (M)_{im}(N)_{mj}
 \end{aligned}$$

نمایش ماتریسی ترکیب دو نگاشت خطی



$$[UT]_{\gamma}^{\alpha} = [U]_{\gamma}^{\beta} [T]_{\beta}^{\alpha}$$