



درس معادلات دیفرانسیل
نیم سال اول ۰۵-۰۴
استاد: دکتر ابراهیمی، دکتر فنایی

تمرین سری ششم

دانشکده علوم ریاضی

۱. در مساله مقدار اولیه زیر ابتدا جواب معادله همگن و سپس جواب معادله ناهمگن را با استفاده از روش ضرائب نامعین به دست آورید.

$$y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

۲. در مساله مقدار اولیه زیر ابتدا جواب معادله همگن و سپس جواب معادله ناهمگن را با استفاده از روش ضرائب نامعین به دست آورید.

$$y'' + y = t^2(t^2 + 12) + 10 \sin t$$

۳. ابتدا نشان دهید که $y_1(t) = t$ و $y_2(t) = te^t$ جواب های همگن معادله زیر هستند. سپس یک جواب خاص این معادله را بیابید.

$$t^2 y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 3t^3, \quad t > 0$$

۴. سه جواب معادله خطی مرتبه دوم $y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t)$ به صورت زیر می باشند.

$$\psi_1(t) = 3e^t + e^{t^2}, \quad \psi_2(t) = 7e^t + e^{t^2}, \quad \psi_3(t) = 5e^t + e^{-t^2} + e^{t^2}.$$

جواب مساله مقدار اولیه زیر را بیابید:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

۵. فرض کنید یکی از جواب های معادله $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ تابع $(1+t^2)$ باشد و رونسکین هر دو جواب معادله ثابت باشد. جواب عمومی معادله زیر را بیابید.

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 1+t$$

۶. جواب معادله دیفرانسیل $y'' + \frac{1}{t^2}y = 0$ که در آن $t > 0$ و $y_1 = \sqrt{t}$ یک جواب معادله همگن است را بیابید.

۷. نشان دهید $y = t$ یک جواب معادله همگن است سپس جواب کلی معادله ناهمگن را پیدا کنید.

$$y'' - \frac{2t}{1+t^2}y' + \frac{2}{1+t^2}y = 1+t^2$$

۸. جواب مساله مقدار اولیه زیر را به دست آورید.

$$3y'' + 4y' + y = (\sin t)e^{-t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$