

به نام خدا



درس ریاضی عمومی ۲ نیمسال اول ۵-۴
استاد: دکتر سحر قاجار، دکتر هانی احمدزاده

تمرین سری هفتم
دانشکده علوم ریاضی

۱. در قسمت های الف و ب، نشان دهید که برای x نزدیک به نقطه مشخص شده یعنی $x = a$ ، معادله داده شده دارای پاسخی به فرم $y = f(x)$ است، به طوری که مقدار مشخص شده در آن نقطه را می گیرد. سپس سه جمله اول ناصفر از سری تیلور $f(x)$ را نسبت به $x - a$ پیدا کنید.

الف. $x \sin y = y + \sin x$, نزدیک $x = 0$, $f(0) = 0$

ب. $\sqrt{1+xy} = 1 + x + \ln(1+y)$, نزدیک $x = 0$, $f(0) = 0$ ✓

در تمرین های ۲ تا ۶، نقاط بحرانی توابع را پیدا کنید.

۲. $f(x, y) = x^2 y e^{-(x^2+y^2)}$ ✓

۳. $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$ ✓

۴. $f(x, y) = \frac{1}{1-x+y+x^2+y^2}$

۵. $f(x, y, z) = xyz - x^2 - y^2 - z^2$

۶. $f(x, y, z) = xy + x^2 z - x^2 - y - z^2$ ✓

۷. نشان دهید که

$$f(x, y, z) = 4xyz - x^4 - y^4 - z^4$$

در نقطه $(1, 1, 1)$ یک ماکزیمم نسبی دارد. ✓

۸. ماکزیمم و منیمم نسبی تابع را $f(x, y) = xy e^{-x^2-y^2}$ بیابید؟ ✓

۹. ماکزیمم و منیمم نسبی تابع را $f(x, y) = \frac{x}{1+x^2+y^2}$ بیابید؟

در تمرین های ۱۰ و ۱۱ ماکزیمم و منیمم تابع داده شده را در ناحیه بسته مشخص شده، پیدا کنید؟

۱۰. $f(x, y) = xy - x^3 y^2$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ ✓

۱۱. $f(x, y) = xy(1-x-y)$ روی مثلث با رئوس $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ ✓.

۱۲. با استفاده از ضرایب لاگرانژ، دورترین و نزدیکترین فاصله نقطه $(2, 1, -2)$ را از کره به معادله زیر پیدا کنید؟ ✓

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

۱۳. بیشترین مقدار $\sum_{i=1}^n x_i$ را روی کره $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 1$ پیدا کنید؟

۱۴. بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x, y, z) = x$ روی محل تلاقی صفحه $z = x + y$ و بیضوی $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 8$ پیدا کنید؟ ✓

۱۵. بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ روی تقاطع مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ با صفحه $x - 2z = 3$ پیدا کنید. ✓

توجه: در کلاس حل تمرین، فقط سوالاتی که جلوی آنها تیک قرمز ✓ زده شده حل می‌شوند.