

تمرین سری چهارم

تمرین ۱

آ) تمام نقاط روی منحنی $y = \frac{1}{x}$ که خط مماس بر منحنی در آن‌ها موازی با خط $y = -4x - 3$ هستند را بیابید.

ب) برای چه مقادیری از k ، منحنی‌های $y = kx^2$ و $y = k(x-2)^2$ بر هم عمودند؟

تمرین ۲

با استفاده از تعریف، مشتق توابع زیر را در نقطه دلخواه محاسبه کنید.

$$\text{آ) } f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{2-x}$$

تمرین ۳

با استفاده از تعریف مشتق، ثابت کنید که مشتق یک تابع زوج (فرد)، تابعی فرد (زوج) است.

تمرین ۴

به کمک قواعد مشتق‌گیری، ضابطه‌ی تابع مشتق و دامنه مشتق‌پذیری توابع زیر را بدست آورید.

$$\text{آ) } y = \frac{1}{2 + \sqrt{3x+4}}$$

$$\text{ب) } y = \left(1 + \sqrt{\frac{x-2}{3}}\right)^4$$

$$\text{ج) } y = \frac{x^5 \sqrt{3+x^6}}{(4+x^2)^4}$$

تمرین سری چهارم

$$y = |1 - x^2| \quad (\text{د})$$

$$y = \tan x + \cot x \quad (\text{ه})$$

$$y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \quad (\text{و})$$

تمرین ۵

با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید مشتق n -ام تابع $y = \tan x$ به شکل $P_{n+1}(\tan x)$ است که P_{n+1} یک چندجمله‌ای از درجه $n + 1$ است.

تمرین ۶

اگر m و n اعداد صحیح مثبتی باشند، ثابت کنید که مشتق تابع $f(x) = (x - a)^m(x - b)^n$ در نقطه‌ای از بازه‌ی (a, b) صفر می‌شود.