

(پاییز ۱۴۰۴)

ریاضی عمومی ۱

تمرین سری اول

تمرین ۱

سوپریمم و اینفیمم مجموعه‌های زیر را بیابید:

آ) $\mathbb{Q} \cap [-1, 1]$

ب) $\mathbb{Q}' \cap [-\frac{5}{4}, \sqrt{3})$

ج) $\emptyset$

تمرین ۲

با استفاده از خاصیت تمامیت اعداد حقیقی، نشان دهید معادله $x^2 - 3 = 0$ دارای جوابی مثبت است و نتیجه بگیرید $\sqrt{3}$ به عنوان یک عدد حقیقی وجود دارد.

تمرین ۳

برای اعداد حقیقی $x, y \in \mathbb{R}$ که $x > 0$ ، ثابت کنید که عدد طبیعی n چنان یافت می‌شود که

$$nx > y.$$

تمرین ۴

با استفاده از خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی، بزرگ‌ترین کران پائینی مجموعه

$$\left\{ \left(\frac{1}{4}\right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$$

را بدست آورید.

تمرین ۵

اگر z نقطه‌ای در صفحه مختلط باشد، شکل هندسی نواحی زیر را تعیین کنید:

(آ) $\arg z = \frac{\pi}{4}$

(ب) $\pi \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{4}$

(ج) $|z - 3 + 4i| \leq 5$

تمرین ۶

ثابت کنید $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}}$.

تمرین ۷

ریشه‌های سوم $-8i$ را تعیین کنید.

تمرین ۸

با استفاده از استقرای ریاضی، تساوی زیر را برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

تمرین ۹

نشان دهید برای عدد طبیعی n به اندازه کافی بزرگ، نامساوی زیر برقرار است.

$$2^n > n^2$$