

به نام خدا



درس معادلات دیفرانسیل
نیمسال اول ۱۳۰۴-۰۳
استاد: دکتر پورنکی، دکتر فنایی

تمرین سری نهم

دانشکده علوم ریاضی

۱. در هر قسمت لاپلاسین تابع داده شده را محاسبه کنید.

الف) $e^{at} \sin(bt)$

ب) t^n

ج) $\sin^2 at$

د) t^{-1}

۲. نشان دهید تابع e^{t^2} دارای تبدیل لاپلاس نمی باشد.

۳. فرض کنید تابع $f(t)$ از مرتبه نمایی است و $F(s) = \mathcal{L}(f(t))$. نشان دهید $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0$.

۴. مساله مقدار اولیه زیر را حل کنید.

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = e^{4t}, \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$$

۵. الف) به فرض $F(s) = \mathcal{L}(f(t))$ و حد $\frac{f(t)}{t}$ هنگامی که t به صفر می رود موجود باشد. ثابت کنید:

$$\left(\frac{f(t)}{t}\right) = \int_s^\infty F(u) du$$

ب) با استفاده از قسمت قبل لاپلاسین $\frac{\cos at - 1}{t}$ را محاسبه کنید.

۶. لاپلاس وارون هر قسمت را محاسبه کنید.

الف) $\frac{s^2 - 5}{s^3 + 4s^2 + 3s}$

ب) $\frac{3s}{(s+1)^4}$

ج) $\frac{1}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$

د) $\frac{s}{(s+1)^2(s^2+1)}$