



درس ریاضی عمومی ۲
نیم‌سال اول ۰۳-۰۴
استاد: دکتر جمالی، دکتر مستفید

تمرین سری دهم

دانشکده علوم ریاضی

۱. انتگرال‌های دوگانه زیر را محاسبه کنید.

الف) $\int_0^2 dy \int_0^y y^2 e^{xy} dx$

ب) انتگرال $\iint_R xy^2 dA$ که در آن R ناحیه محصور مابین خم‌های $y = x^2$ و $x = y^2$ در ربع اول می‌باشد.

ج) انتگرال $\iint_D \ln x dA$ که در آن R ناحیه محصور مابین خط $2x + 2y = 5$ و هذلولوی $xy = 1$ در ربع اول می‌باشد.

د) انتگرال $\iint_T \sqrt{a^2 - y^2} dA$ ، که در آن T مثلث به رئوس $(0, 0)$ ، $(0, a)$ و (a, a) می‌باشد.

۲. دامنه انتگرال‌گیری در هر قسمت را رسم کنید سپس با تغییر ترتیب انتگرال‌گیری آن‌ها را محاسبه کنید.

الف) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dy \int_y^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$

ب) $\int_0^1 dx \int_x^{x^2} \sqrt{1 - y^2} dy$

۳. الف) حجم ناحیه محصور مابین رویه $z = 1 - x^2 - 2y^2$ و صفحه xy را به دست آورید.

ب) حجم ناحیه محصور بین دو استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ و $x^2 + z^2 = a^2$ را به دست آورید.

۴. همگرایی یا واگرایی انتگرال‌های زیر را مشخص کنید. در صورت امکان مقدار انتگرال‌های همگرا را محاسبه کنید.

الف) انتگرال $\iint_H \frac{1}{1+x+y} dA$ که در آن H نواره $0 \leq x < \infty$ و $0 < y < 1$ می‌باشد.

ب) $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-|x+y|} dA$

ج) انتگرال $\iint_Q e^{-xy} dA$ که در آن Q ربع اول صفحه xy می‌باشد.

۵. الف) انتگرال $\iint_S (x + y) dA$ را محاسبه کنید که در آن ناحیه S در ربع اول و درون دایره $x^2 + y^2 \leq a^2$ زیر خط

$y = \sqrt{3}x$ است.

ب) انتگرال $\iint_S x dA$ را محاسبه کنید که در آن ناحیه S قسمتی از دیسک $x^2 + y^2 \leq 2$ است که در آن $x \geq 1$ می‌باشد.

۶. الف) حجم ناحیه محصور مابین دو رویه $z = x^2 + y^2$ و $z = 4 - x^2 - y^2$ را بیابید.

ب) حجم ناحیه‌ای که در درون کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$ و درون استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ است را محاسبه کنید.