

به نام خدا



درس ریاضی عمومی ۲  
نیم‌سال اول ۰۳-۰۴  
استاد: دکتر جمالی، دکتر مستفید

تمرین سری اول

دانشکده علوم ریاضی

۱. مجموعه نقاطی از فضای  $\mathbb{R}^3$  که در معادلات یا نامعادلات زیر صدق می‌کند توصیف کنید و در صورت امکان آن را رسم کنید.

(الف)

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$$

(ب)

$$z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$$

(ج)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

(د)

$$x^2 + z^2 \leq 1$$

$$z \geq x$$

(ه)

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$z = y$$

۲. به فرض  $u = 2i + j - k$  و  $v = i + 2j - 2k$  دو بردار مفروض باشند.

۱. دو بردار یکه را پیدا کنید که بر  $u$  و  $v$  عمود باشند.

۲. مجموعه تمام نقاطی را توصیف کنید که بردار مکان آن‌ها بصورت  $r = \lambda u + \mu v$  است که در آن  $\lambda$  و  $\mu$  اعدادی حقیقی هستند.

۳. اگر  $a$  یک بردار ناصفر و  $w$  بردار دلخواهی باشد. بردارهای  $u$  و  $v$  را چنان پیدا کنید که  $w = u + v$  و بردار  $u$  موازی با  $a$  و  $v$  عمود بر آن باشد.

۴. ۱. اگر  $(v \times w) \neq 0$  و  $x$  یک بردار سه بعدی دلخواه باشد نشان دهید که اعداد  $\lambda, \mu$  و  $\nu$  چنان وجود دارند که:

$$x = \lambda u + \mu v + \nu w$$

۲. اگر  $(v \times w) = 0$  و  $u \cdot (v \times w) \neq 0$  آنگاه نشان دهید اعداد  $\lambda$  و  $\mu$  وجود دارد بطوریکه

$$u = \lambda v + \mu w$$

۵. معادله صفحه گذرنده از نقطه  $(-2, 0, -1)$  و گذرنده از فصل مشترک دو صفحه  $2x + 3y - z = 0$  و  $x - 4y + 2z = 5$  را بیابید.

۶. معادله خط گذرنده از نقطه  $(2, -1, -1)$  و موازی هر یک از دو صفحه  $x + y = 0$  و  $x - 2y + 3z = 2$  را به دست آورید.