



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری یازدهم

۱. انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\oint_{|z|=1} \frac{\cosh z}{z(z-2)^2} dz$

ب) $\oint_{|z|=1} z^{-3}(z^2+z-1)^4 dz$

ج) $\oint_{|z-2i|=1} \frac{\sin z}{z^2+4z^2} dz$

د) $\oint_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2(z^2+8)} dz$

ه) $\oint_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{\text{Log } z}{z^n} dz \quad (n \in \mathbb{Z})$

۲. انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\oint_{|z|=\frac{\pi}{4}} \sin \bar{z} dz$

ب) $\oint_{|z|=3} (z^2+z+1) d\bar{z}$

۳. مطلوبست محاسبه انتگرال $\oint_C \frac{1}{(z^2+1)(z^2+4)} dz$ با استفاده از بسط لوران، که در آن C منحنی زیر است:

$$C : \{z : |z| = 3, \text{Im } z \geq 0\} \cup \{z = x : -3 \leq x \leq 3\}.$$

۴. انتگرال‌های مثلثاتی زیر را محاسبه کنید.

الف) $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2+\sin 2\theta} d\theta$

ب) $\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{3+\cos \theta} d\theta$

ج) $\int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta$

۵. مطلوبست محاسبه انتگرال‌های ناسره زیر.

الف) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)^2} dx$

ب) $\int_0^\infty \frac{x \sin 2x}{(1+x^2)(4+x^2)} dx$

۶. فرض کنید C مرز میدان

$$\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2, \text{Im } z > 0\}$$

است. انتگرال $\oint_C \frac{z}{z} dz$ را حساب کنید.