



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری نهم

۱. قسمت‌های حقیقی، موهومی، قدر مطلق و شناسه $f(z) = e^{\sin z}$ را مشخص کنید.

۲. نشان دهید تابع $u(r, \theta) = r^{\frac{3}{2}} \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) - 2\theta + 3 \ln r$ همساز است و مزدوج همساز آن را به دست آورید.

۳. مشتق تابع تحلیلی زیر را به دست آورید.

$$f(z) = x^3 - 3xy^2 + \frac{x}{x^2 + y^2} + iv(x, y)$$

۴. تابع f را با دامنه \mathbb{C} طوری به دست آورید تا روی دایره $x^2 + y^2 = 1$ مشتق‌پذیر و در سایر نقاط مشتق‌پذیر نباشد.

۵. ثابت کنید ترکیب یک تابع همساز و یک تابع تحلیلی یک تابع همساز است.

۶. همه ریشه‌های معادلات $e^{z^2} = 1$ و $e^z = -2$ را به دست آورید.

۷. ثابت کنید تابع $f(z) = \sin \bar{z}$ تحلیلی نیست.

۸. فرض کنید u و v توابعی همساز هستند. ثابت کنید تابع

$$g = (u_y - v_x) + i(u_x + v_y)$$

تحلیلی است.