



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری ششم

۱. تابع پله‌ای را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$u_a(x) = \begin{cases} 0 & x < a, \\ 1 & x \geq a. \end{cases}$$

به ازای هر عدد حقیقی ثابت  $a \geq 0$ ,

درباره تبدیل فوریه تابع پله‌ای بحث کنید.

۲. با استفاده از انتگرال فوریه مناسب درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\int_0^{\infty} \frac{\omega^3 \sin \omega x}{\omega^4 + 4} d\omega = \frac{\pi}{4} e^{-x} \cos x.$$

۳. مطلوبست حل مسئله انتقال حرارت زیر

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + tu, & -\infty < x < \infty, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, & u(\pm\infty, t) = 0. \end{cases}$$

۴. مطلوبست حل مسئله زیر

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xxxx} - u_{ttxx} + 2u_t = te^{-|x|}, & -\infty < x < \infty, t \geq 0 \\ u(x, 0) = 2\delta(x - \frac{1}{4}), & u_t(x, 0) = \frac{1}{1+x^2}, \\ u(\pm\infty, t) = 0. \end{cases}$$

۵. مطلوبست حل مسئله زیر

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} - u_{xy} - u = e^{-x-y}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ u(0, y) = e^{-y}, & u_y(x, 0) = 1 - U_1(x), \\ u(\infty, y) = u_x(\infty, y) = 0, & u(x, \infty) = 0. \end{cases}$$

توجه کنید  $U_a(x)$  تابع پله‌ای واحد با نقطه شروع  $a$  است.